

MATEMATIKA 9

M9PCD18C0T03

DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

Jméno a příjmení

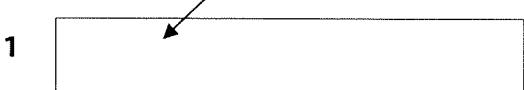
1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi pište do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené a uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **pište čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápis uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

A B C D E
14

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvěte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

A B C D E
14

- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí (např. dva křížky u jedné odpovědi) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

V záznamovém archu uvádějte v úlohách **1, 2, 7, 8 a 16** pouze **výsledky**.

1 bod

- 1** **Vypočtěte**, o kolik je polovina čísla 2,5 větší než číslo $\frac{1}{2}$.
Výsledek uveďte desetinným číslem.

$$1,25 - 0,5 = 0,75$$

max. 2 body

- 2** **Vypočtěte:**

2.1

$$25,6 : 0,2 - 10^2 \cdot 0,029 = 256 : 2 - 100 \cdot 0,029 = 128 - 2,9 = 125,1$$

2.2

$$\frac{\sqrt{1,2^2}}{0,01} - \frac{(\sqrt{0,01})^2}{10} \cdot 3600 = \frac{1,2}{0,01} - \frac{0,01}{10} \cdot 3600 = 120 - 0,01 \cdot 360 = 120 - 3,6 = 116,4$$

Doporučení: Úlohy **3, 4 a 5** řešte přímo **v záznamovém archu**.

max. 4 body

- 3** **Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.**

3.1

$$\frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}{\left(3 - \frac{9}{4}\right) \cdot \frac{8}{3}} = \frac{\frac{3+8}{12}}{\frac{12-9}{4} \cdot \frac{8}{3}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{3 \cdot 8^2}{4 \cdot 3}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{2}{1}} = \frac{11}{24}$$

3.2

$$3 : \frac{2 \cdot 6}{2+6} - \frac{12}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{1} : \frac{12}{8} - \frac{12}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{1} \cdot \frac{8}{12} - \frac{12}{8} \cdot \frac{5}{2} = \\ = 2 - \frac{5}{2} = \frac{4-5}{2} = -\frac{1}{2}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

4.1

$$a - a^2 + 2 - 2 \cdot (a+1) \cdot (1-a) = a - a^2 + 2 - 2(a - a^2 + 1 - a) = \\ = a - a^2 + 2 + 2a^2 - 2a = 2a^2 - a^2 + a = \underline{\underline{a^2 + a}}$$

4.2

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ \left(n - \frac{5}{2}\right) : 2 + \left(\frac{1}{2} - n\right)^2 &= \frac{2m-5}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - m + m^2 = \\ &= \frac{2m-5}{4} + \frac{1-4m+4m^2}{4} = \frac{2m-5+1-4m+4m^2}{4} = \\ &= \frac{4m^2-2m-4}{4} = \boxed{m^2 - 0,5m - 1} \end{aligned}$$

V záznamovém archu uveděte v obou částech úlohy celý postup řešení.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$\begin{aligned} 0,4 + \frac{4x}{5} - 1 &= 0,2x - \frac{3}{2} \\ \frac{4}{10} + \frac{4x}{5} - 1 &= \frac{2x}{10} - \frac{3}{2} \quad | \cdot 10 \\ 4 + 8x - 10 &= 2x - 15 \\ 6x &= -9 \\ x &= -\frac{9}{6} = -1,5 \end{aligned}$$

5.2

$$\begin{aligned} \frac{3y-1}{3} - \frac{5y-2}{6} &= \frac{3}{4}y + 2 \quad | \cdot 12 \\ 4(3y-1) - 2(5y-2) &= 9y + 24 \\ 12y - 4 - 10y + 4 &= 9y + 24 \\ -4y &= 24 \\ y &= -\frac{24}{4} \end{aligned}$$

V záznamovém archu uveděte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

max. 3 body

- 6 V každém z následujících matematických výpočtů se **žádná z číslic** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 a 9 **nesmí** vyskytnout **více než jedenkrát**.

Do každého prázdného rámečku **doplňte** takovou číslici, aby byl výpočet správný.

6.1

$$\boxed{6} \ \boxed{3} - \boxed{9} = \boxed{5} \ \boxed{4}$$

6.2 Další možnost:

$$\boxed{6} \ \boxed{3} - \boxed{4} = \boxed{5} \ \boxed{9}$$

6.3

$$\boxed{8} \ \boxed{4} \ \boxed{9} + \boxed{3} \ \boxed{5} \ \boxed{4} = \boxed{1} \ \boxed{2} \ \boxed{0} \ \boxed{6}$$

Do záznamového archu opište vždy **celý příklad** se všemi doplněnými číslicemi, např. $75 + 6 = 81$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 7

Cukrárna se měla vybavit 4 stejnými stolky a 20 stejnými židlemi celkem za 9 200 Kč. Nakonec se koupily stolky a židle jen za 7 800 Kč, neboť 1 stolek a 2 židle již nebyly na skladě.
(CZVV)

max. 3 body

- 7 **Vypočtěte, kolik Kč stojí**

7.1 1 židle: $\boxed{-300}$,-

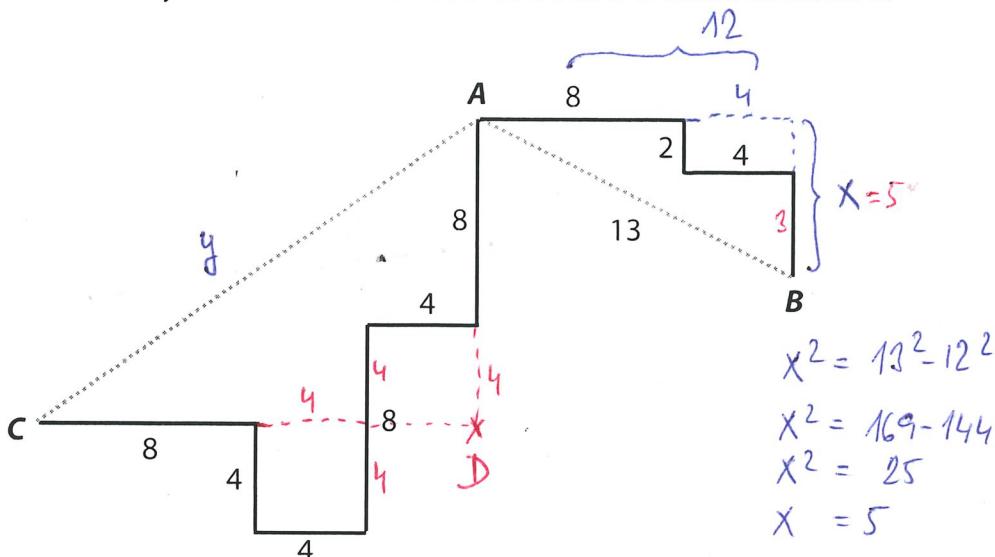
7.2 1 stolek: $\boxed{-800}$,-

$$\begin{aligned}
 4x + 20y &= 9200 \quad | :4 \\
 3x + 18y &= 7800 \quad | :(-3) \\
 \hline
 x + 5y &= 2300 \quad | \\
 -x - 6y &= -2600 \quad | \oplus \\
 \hline
 -y &= -300 \\
 y &= 300 \\
 x &= 800
 \end{aligned}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Cesty v bludišti jsou složeny z rovných úseků, všechny křížovatky jsou pravoúhlé. Přímá vzdálenost bodů **A**, **B** je 13 m.

Běla i Ctirad vyšli z bodu **A**. Běla došla do bodu **B** a Ctirad do bodu **C**.



Čísla představují délky úseků v metrech.

(CZVV)

max. 3 body

8 Vypočtěte v metrech,

8.1 jakou vzdálenost ušla Běla;

$$|AB| = 8 + 2 + 4 + 1 = 15 \text{ m}$$

8.2 jaká je přímá vzdálenost bodů **A**, **C**.

$$|AD| = 8 + 4 = 12 \text{ m}$$

$$|CD| = 8 + 4 + 4 = 16 \text{ m}$$

$$|AC| = y^2 = 12^2 + 16^2$$

$$y^2 = 144 + 256$$

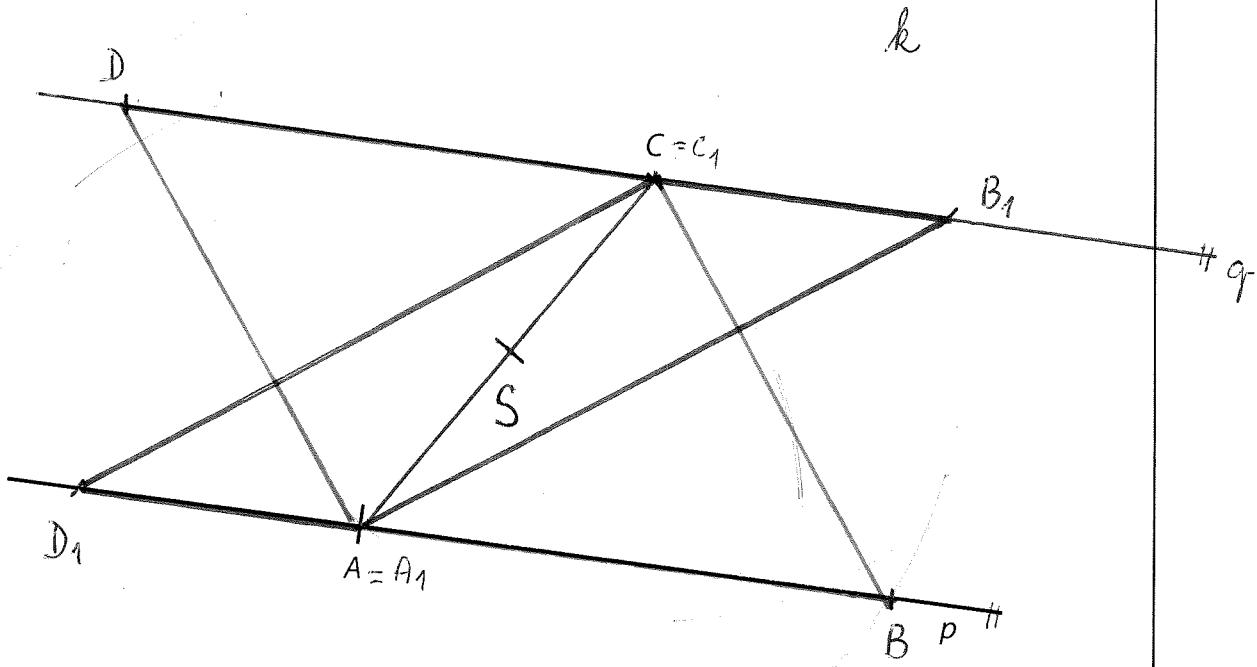
$$y^2 = 400$$

$$y = 20 \text{ m}$$

Doporučení pro úlohy 9 a 10: Rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Na přímce p leží bod A a mimo ni bod C.



(CZV)

max. 3 body

- 9 Body A a C jsou vrcholy rovnoběžníku ABCD, jehož úhlopříčka BD je dvakrát delší než úhlopříčka AC.

Jeden ze zbývajících vrcholů B, D tohoto rovnoběžníku leží na přímce p.

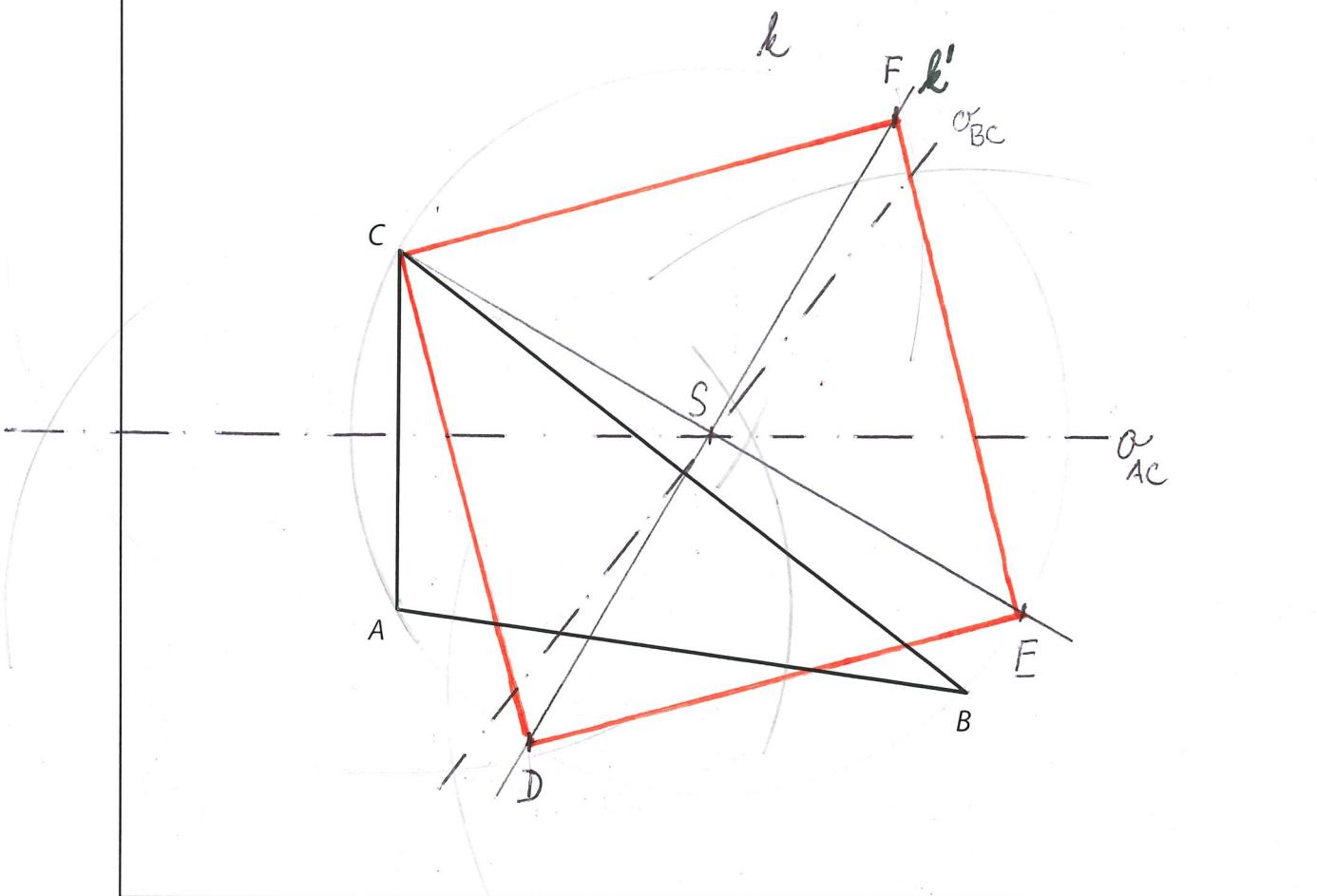
Sestrojte chybějící vrcholy B, D rovnoběžníku ABCD a rovnoběžník **naryšujte**.
Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

- 1) střed AC
 - 2) q; q || p a $C \in q$
 - 3) k; k ($\approx n = |AC|$) ... dle zadání $|BD| = 2|AC$
..... úhlopříčky se v rovnoběžníku nacházejí půlí
 - 4) B; B ∈ p n k
 - 5) D; D ∈ q n k
 - 6) $\square ABCD$; $\square A_1B_1C_1D_1$
- [dříve]**

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží trojúhelník ABC .



(CZW)

max. 3 body

- 10** Všechny vrcholy trojúhelníku ABC leží na kružnici k .
Bod C je vrchol čtverce $CDEF$.
Zbývající vrcholy D, E, F čtverce $CDEF$ leží rovněž na kružnici k .

10.1 **Sestrojte** kružnici k a vyznačte její střed S .

10.2 **Sestrojte** čtverec $CDEF$.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

1) *Střed kružnice opakuj žádánou konstrukci a spoj dva vrcholy trojúhelníku ABC (na obr. O_{AC} ; O_{BC})*

2) $\rightarrow CS$

3) $\rightarrow CS \cap k = \{E\}$

4) $k'; k' \perp CE \wedge S \in k'$ (kolmice na CE procházející s)

5) $D; F; D \in k' \cap k$
 $F \in k' \cap k$

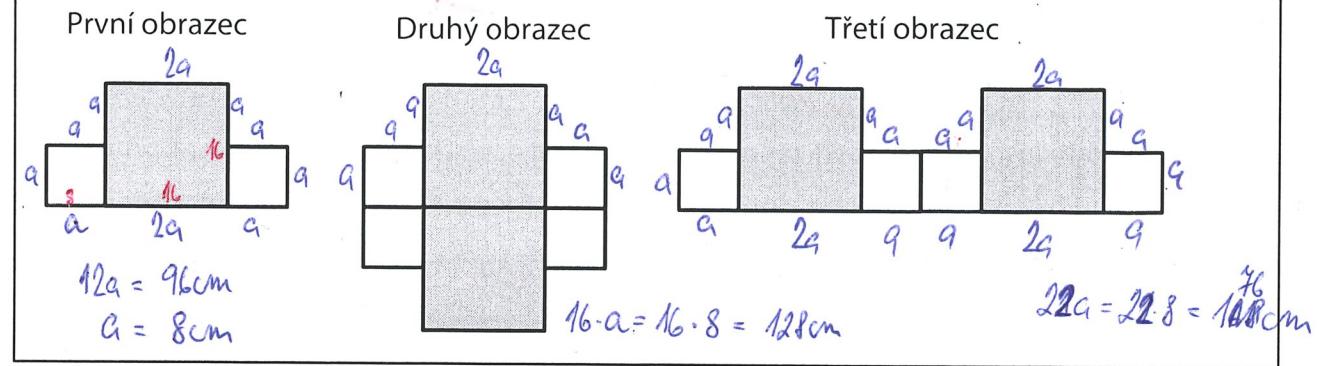
6) $\square AEFCH$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

První obrazec je tvořen dvěma bílými čtverci a jedním tmavým čtvercem.

Obvod bílého čtverce je dvakrát menší než obvod tmavého čtverce. Obvod celého prvního obrazce je 96 cm.

Druhý i třetí obrazec je složen vždy ze dvou prvních obrazců.



(CZVV)

max. 4 body

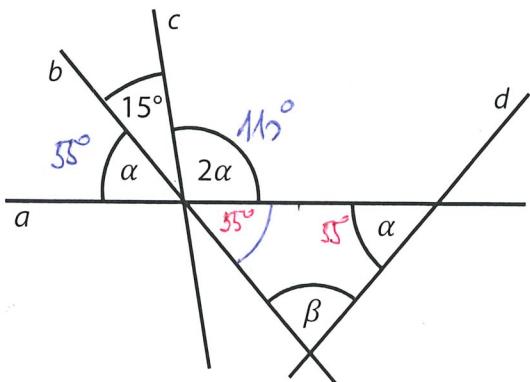
- 11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | 11.1 | Obvod jednoho tmavého čtverce je <u>64 cm</u> . | A <input type="checkbox"/> N <input checked="" type="checkbox"/> |
|------|--|--|
| 11.2 | Obvod celého druhého obrazce je <u>192 cm</u> . <u>128 cm</u> | <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> |
| 11.3 | Obvod celého třetího obrazce je o 48 cm větší než obvod celého druhého obrazce.
<u>112 cm</u> <u>128 cm</u> | <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> |

$$146 - 128 = \boxed{48 \text{ cm}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Přímky a, b, c se protínají v jednom bodě, přímka d tímto bodem neprochází.



(CZVV)

2 body

12 Jaká je velikost úhlu β ?

Úhly neměřte, ale vypočtěte.

- A) 55°
- B) 60°
- C) 65°
- D) 70°
- E) jiná velikost

$$\alpha + 15^\circ + 2\alpha = 180^\circ$$

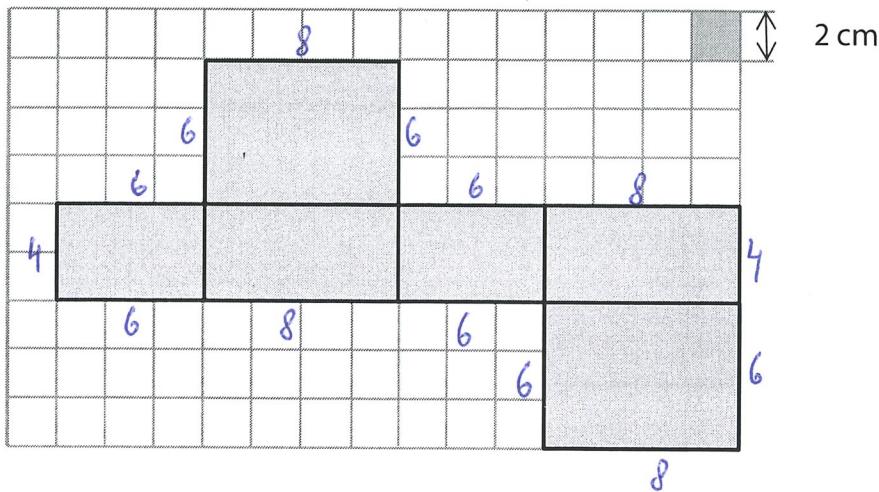
$$3\alpha = 165^\circ$$

$$\alpha = 55^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 2 \cdot 55^\circ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \Rightarrow \text{D}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Uvnitř papírového kvádru je ukryto několik dřevěných krychliček s hranou délky 3,9 cm. Síť tohoto kvádru je zobrazena na plánku ve čtvercové síti.



(CZVV)

2 body

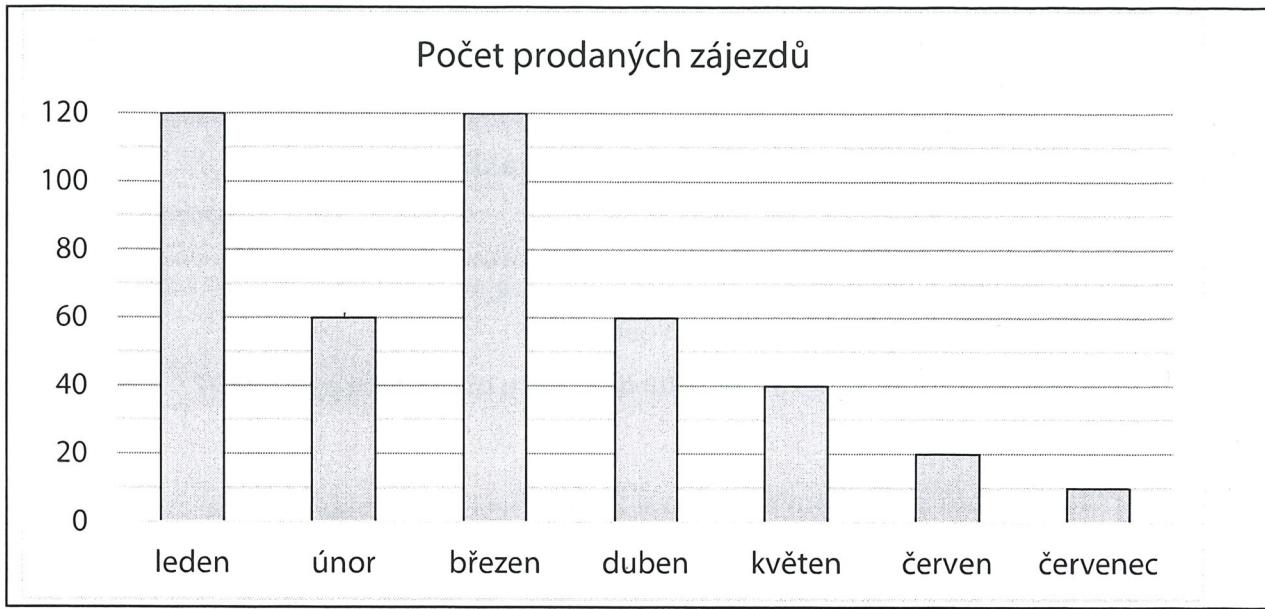
13 Jaký je největší možný počet dřevěných krychliček, které mohou být ukryty uvnitř papírového kvádru?

- A) méně než 3
- B) 3
- C) 4
- D) 6
- E) jiný počet

Rozměry kvádru - 4,6,8 cm

$$8 : 3,9 = \boxed{2} (0,2)$$

VÝCHOZÍ GRAF K ÚLOZE 14



(CZVV)

2 body

- 14 Ve kterém měsíci bylo prodáno o polovinu zájezdů méně než o měsíc dříve a současně o polovinu zájezdů více než o měsíc později?

- A) v únoru
- B) v březnu
- C) v dubnu
- D) v květnu
- E) v červnu

Březen ... 120
Duben ... 60
Květen ... 40

60 je polovina ze 120
květen ... 40
Duben ... květen + polovina květen
 $40 + 20 = 60$

max. 6 bodů

15 Přiřadte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

- 15.1 Firma očekávala, že získá 120 zakázek, ale nakonec se jí podařilo získat 180 zakázek.

O kolik procent firma překročila své očekávání?

(E)

- 15.2 V katalogu je cena výrobku 1 000 Kč, ale v prodejně je o 20 % nižší. Na internetu se výrobek prodává za 480 Kč.

O kolik procent je cena výrobku na internetu nižší než v prodejně?

(B)

- 15.3 Spolek seniorů má celkem tři zájmové kluby – šachy, turistiku a vaření. Každý člen spolku navštěvuje právě jeden zájmový klub.

Klub	Počet členů	Podíl členů klubu ze všech členů spolku
Šachy	15	10%
Turistika	90	60 %
Vaření	45	30 %

Počet členů	
ženy	muži
84	(66)

$$150 - 84 = 66$$

Kolik procent mužů je ve spolku seniorů?

(C)

A) (o) méně než 40 %

$$15+45 = 60 \dots 40\%$$

B) (o) 40 %

$$X \dots 60\%$$

C) (o) 44 %

$$X = \frac{60 \cdot 60}{40} = \frac{360}{4} = 90$$

D) (o) 45 %

$$\frac{\overbrace{15+45}^{100\%} \dots 100}{\overbrace{X\%}^{60\%} - 66}$$

E) (o) 50 %

$$X = \frac{66 \cdot 100}{150} = \frac{660}{150} = 44\% \Rightarrow (C)$$

F) (o) více než 50 %

15.1.

$$\frac{\overbrace{120}^{100\%} \dots 100\%}{\overbrace{180}^{X\%}}$$

$$X = \frac{180 \cdot 100}{120} = \frac{18000}{1200} = 150\% \Rightarrow 0-50\% \Rightarrow (E)$$

15.2. $80\% \text{ z } 1200 \text{ Kč} = 800 \text{ Kč}$

$$\frac{\overbrace{800}^{100\%} \dots 100\%}{\overbrace{480}^{X\%}}$$

$$X = \frac{480 \cdot 100}{800} = \frac{48000}{800} = 60\% \Rightarrow 0-40\% \Rightarrow (B)$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Na kruhové autodráze jezdila v sousedních drahách dvě autíčka, první autíčko ve vnitřní dráze, druhé ve vnější dráze. Obě autíčka startovala ve stejném okamžiku na stejně startovní čáře.

První autíčko ujelo každá 4 kola za stejnou dobu, za kterou ujelo druhé autíčko 3 kola. Během jízdy autíčka neměnila svou rychlosť.

(CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **První** autíčko ujelo prvních **10 kol**.

Určete, kolikrát první autíčko během této jízdy dostihlo druhé autíčko.

$$10 : 4 = 2(2) \Rightarrow (2x)$$

16.2 Obě autíčka vystartovala stejným směrem. **Druhé** autíčko ujelo prvních **50 kol**.

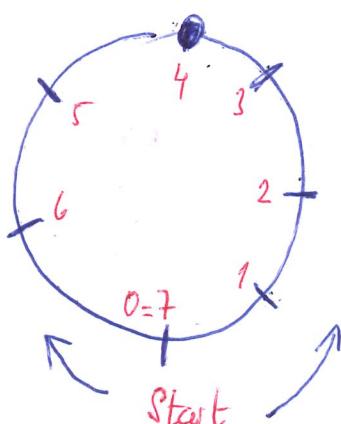
Určete, kolikrát ho během této jízdy dostihlo první autíčko.

$$50 : 3 = 16(2) \Rightarrow (16x)$$

16.3 Druhé autíčko vystartovalo **v opačném směru** než první autíčko.

Druhé autíčko ujelo prvních **5 kol**.

Určete, kolikrát se během této jízdy obě autíčka minula. (Poprvé se obě autíčka minula hned po startu.)



Rozdělim si kolo na $4+3=7$ díly.
Je-li start v bodě **0** (1. potkání), pak
se poprvé potkají v bodě **4**
(1. už 1. už 4 díly, 2. už 3 díly).
Dále se potkají v bodě **1**, dále
pak v **5, 2, 6, 3, 0**, **4, 1, 5, 2, 8**,
1. má 3 kola
 \Rightarrow potkají se **(12x)**

je by
6 kolo

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.