

V záznamovém archu uvádějte v úlohách 1, 2, 6, 7, 8 a 16 pouze výsledky.

1 bod

- 1 Myslím si číslo. Číslo k němu opačné je o 6 menší.

Určete číslo, které si myslím.

Číslo ... a
Opačné ... $-a$

$$a - (-a) = 6$$

rozdíel čísel je 6

$$2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

max. 2 body

- 2 Trojúhelník má obvod 21 cm a délky jeho stran jsou v poměru 6 : 5 : 3.

- 2.1 Určete v cm délku nejdelší strany trojúhelníku.

6 dílků ... $6 \cdot 1,5 = 9 \text{ cm}$

$$6 + 5 + 3 = 14d$$

$$14d \cdot 2 \text{ km}$$

$$14d \cdot 1,5 \text{ cm}$$

- 2.2 Určete, o kolik cm se liší délky dvou kratších stran trojúhelníku.

5 dílků ... $5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ cm}$
3 dílky ... $3 \cdot 1,5 = 4,5 \text{ cm}$

$$7,5 - 4,5 = 3 \text{ cm}$$

Doporučení: Úlohy 3, 4 a 5 řešte přímo v záznamovém archu.

max. 4 body

- 3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

3.1

$$2 - 2 \cdot \frac{2 \cdot \frac{9}{10}}{3} = 2 - \frac{2 \cdot \frac{9}{5}}{3} = 2 - \frac{\frac{18}{5}}{3} = 2 - \frac{18}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$$

3.2

$$\frac{3^2}{5} - \frac{3}{5^2} + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{5} - \frac{3}{25} + \frac{9}{25} = \frac{45 - 3 + 9}{25} = \frac{51}{25}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$4.1 \quad [(a - 4a)^2 - 3a(3a + 2)]^2 = [(-3a)^2 - 3a(3a + 2)]^2 = [9a^2 - 9a^2 - 6a]^2 = (-6a)^2 = \boxed{36a^2}$$

$$4.2 \quad (2b + 1)(2b - 1) - b(-b + b) + 1 = 4b^2 - 1 + 1 = \boxed{4b^2}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$\frac{5x - 2}{4} = 1,25x - \frac{1}{2}$$

$$\frac{5x - 2}{4} = \frac{5x}{4} - \frac{1}{2} \quad | \cdot 4$$

$$5x - 2 = 5x - 2$$

$0x = 0 \Rightarrow$ NEKONEČNĚ MNOHO ŘEŠENÍ

5.2

$$\frac{2}{3} \cdot (x + 1) = -\frac{1}{3} \cdot (2x - 1) - 1$$

$$\frac{2(x+1)}{3} = -\frac{(2x-1)}{3} - 1 \quad | \cdot 3$$

$$2x + 2 = -2x + 1 - 3 \quad | +2x; -2$$

$$4x = -4$$

$$\boxed{x = -1}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapísejte).

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

V každé krabici je stejný počet mýdel.

Čtvrtina všech krabic obsahuje jen bílá mýdla a v každé ze zbývajících 120 krabic je vždy polovina mýdel bílých a polovina zelených. Bílých mýdel je celkem 1 200.

(CZVV)

6 Určete:

$\frac{3}{4}x \dots 120 \text{ krabic}$
 $\frac{1}{4}x \dots 40 \text{ krabic}$ } celkem 160 krabic } **max. 4 body**

6.1 počet všech krabic s mýdly; - 160

6.2 nejmenší počet krabic, do nichž by se vešla všechna bílá mýdla;

6.3 počet všech mýdel.

40 krabic - jen bílá mýdla... 40B
 120 krabic - polovina bílých... $120 \cdot \frac{B}{2}$

6.2. $40B + 120 \cdot \frac{B}{2} = 1200$

$40B + 60B = 1200$

$100B = 1200$

$B = 12$

\Rightarrow počet mýdel v krabici \Rightarrow krabice jen bílých je $1200 : 12 = 100$

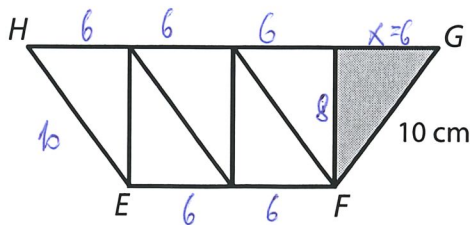
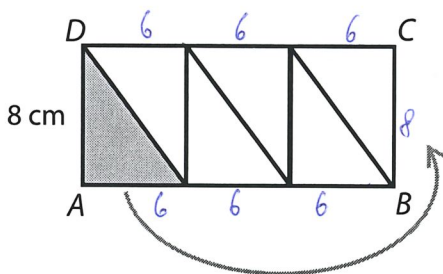
6.3.

$40 \cdot 12 + 120 \cdot 12 = 1920$ mýdel

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Obdélník ABCD lze rozdělit na šest shodných pravoúhlých trojúhelníků. Přemístěním jediného trojúhelníku lze vytvořit lichoběžník EFGH.

Strana trojúhelníku délky 8 cm je současně výškou lichoběžníku. Rameno lichoběžníku měří 10 cm.



(CZVV)

$x^2 = 10^2 - 8^2 = 36$
 $x = 6 \text{ cm}$

max. 3 body

7

7.1 Určete, o kolik cm se liší obvod lichoběžníku EFGH a obvod obdélníku ABCD.

7.2 Vypočítejte v cm délku strany AB obdélníku ABCD.

7.3 Vypočítejte v cm^2 obsah lichoběžníku EFGH.

7.1. $O_{\square} = 52 \text{ cm}$; $O_{\Delta} = 56 \text{ cm} \Rightarrow$ liší se o 4 cm

7.2. $|AB| = 3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}$

7.3. $S = \frac{(a+c) \cdot h}{2} = \frac{(12+24) \cdot 8}{2} = 144 \text{ cm}^2$

8

- 8.1 Chlapec klusal po pláži rovnoměrným tempem. Za 1 hodinu tak překonal vzdálenost 7,5 km.

Vypočtete, kolik metrů uběhl za 2 minuty.

$$\begin{array}{l} \uparrow 60 \text{ minut} \dots 7,5 \text{ km} = 7500 \text{ m} \uparrow \\ \uparrow 2 \text{ minuty} \dots \quad \quad \quad x \text{ m} \uparrow \\ \hline X = \frac{2 \cdot 7500}{60} = \boxed{250 \text{ m}} \end{array}$$

- 8.2 V trojúhelníku ABC pro velikosti dvou vnitřních úhlů platí: $\alpha = \beta = 45^\circ 45'$.
Vypočtete velikost třetího vnitřního úhlu γ .

$$\begin{aligned} 2 \cdot 45^\circ 45' &= 90^\circ 90' = 91^\circ 30' \\ \gamma &= 179^\circ 60' - 91^\circ 30' = \boxed{88^\circ 30'} \end{aligned}$$

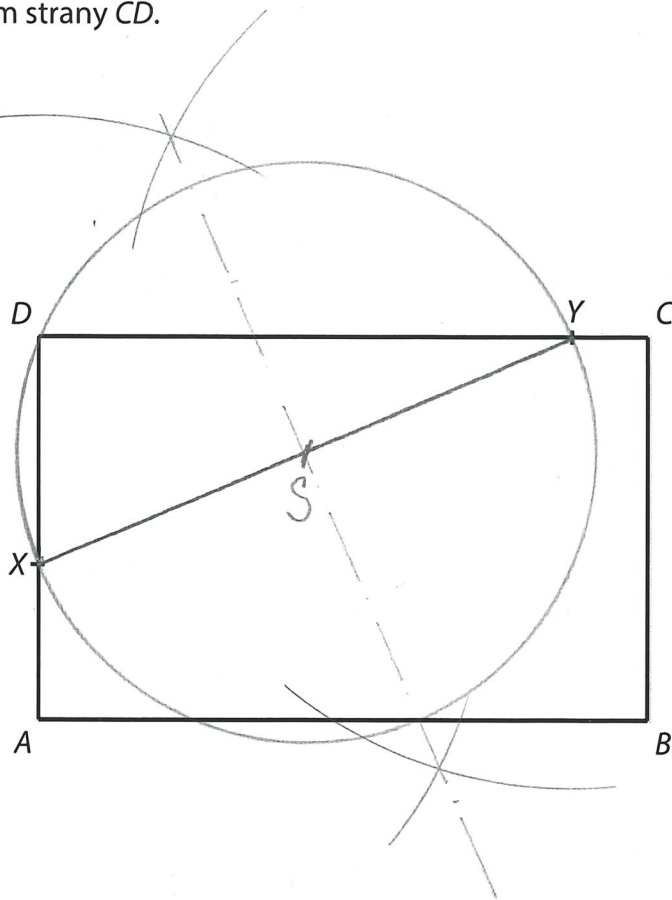
- 8.3 Plocha o rozloze 90 000 m² je rozdělena na 36 shodných čtverců.
Určete v metrech délku strany jednoho čtverce.

$$\begin{aligned} \frac{90\,000}{36} &= 2500 \\ S_{\square} &= 2500 \text{ m}^2 \\ a &= \sqrt{2500} = \boxed{50 \text{ m}} \end{aligned}$$

Doporučení: Úlohy 9 a 10 rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží obdélník $ABCD$, bod X , který je vnitřním bodem strany AD , a bod Y , který je vnitřním bodem strany CD .



(CZVV)

max. 2 body

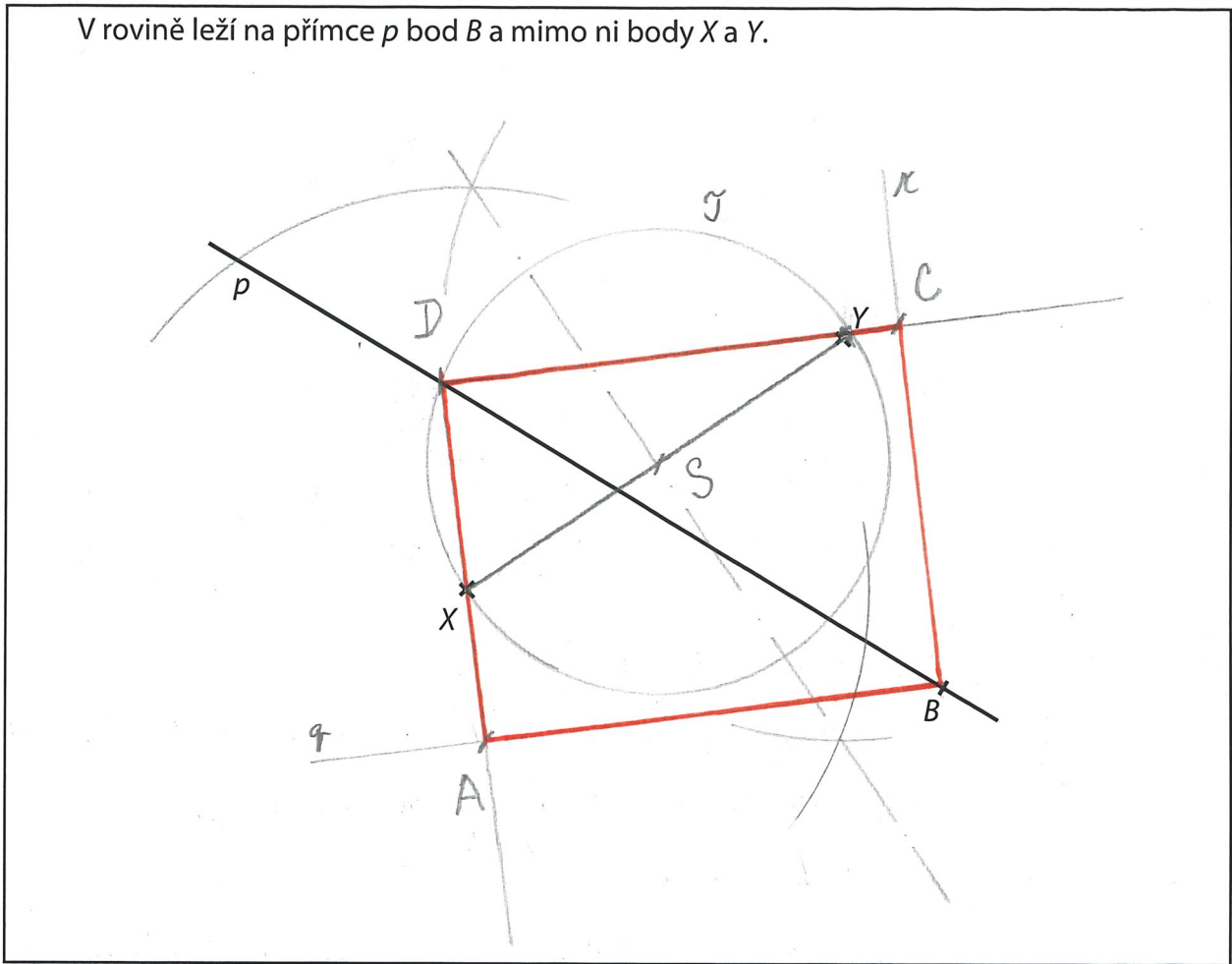
- 9 **Sestrojte** kružnici k , na níž leží vrcholy pravoúhlého trojúhelníku DXY .
Střed kružnice **označte** S .

V záznamovém archu obtáhněte vše (čáry, kružnice i písmena) **propisovací tužkou**.

- Jedná se o Thaletovu kružnici
- 1) $\perp XY$
- 2) $S; S$ je střed XY
- 3) $\mathcal{T}; \mathcal{T}(S; r = |SX|$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží na přímce p bod B a mimo ni body X a Y .



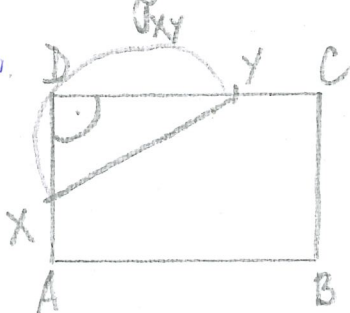
(CZV)

max. 3 body

- 10 Bod B je vrchol obdélníku $ABCD$.
 Na přímce p leží úhlopříčka BD tohoto obdélníku.
 Bod X je vnitřní bod strany AD obdélníku $ABCD$ a bod Y vnitřní bod strany CD .
Sestrojte chybějící vrcholy D, A, C obdélníku $ABCD$ a obdélník **narýsujte**.

V záznamovém archu obtáhněte vše (čáry, kružnice i písmena) **propisovací tužkou**.

Náčrt



- 1) XY
- 2) $S; S$ je střed XY
- 3) $\sigma_{XY} \rightarrow$ Thaletova kružnice nad průměrem XY
- 4) $D; D \in \sigma \cap p$
- 5) $\rightarrow DX$
- 6) $q; q \perp DX \rightarrow BEq$
- 7) $A; A \in eq \cap AD$
- 8) $\rightarrow DY$
- 9) $k; k \perp AB \cap Be \rightarrow$
- 10) $C; C \in k \cap DY$
- 11) $\square ABCD$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

Naši koně mají zásobu ovsu na 12 dnů.

Soused má o polovinu větší zásobu ovsu než my, ale dvakrát více koní.

Každý kůň (náš i sousedův) dostává denně stejné množství ovsu.

(CZVV)

max. 4 body

11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

11.1 Sousedovy zásoby ovsu by našim koním vydržely na ¹⁸24 dnů.

A N

11.2 Naše zásoby ovsu by sousedovým koním vydržely na 6 dnů. ✓

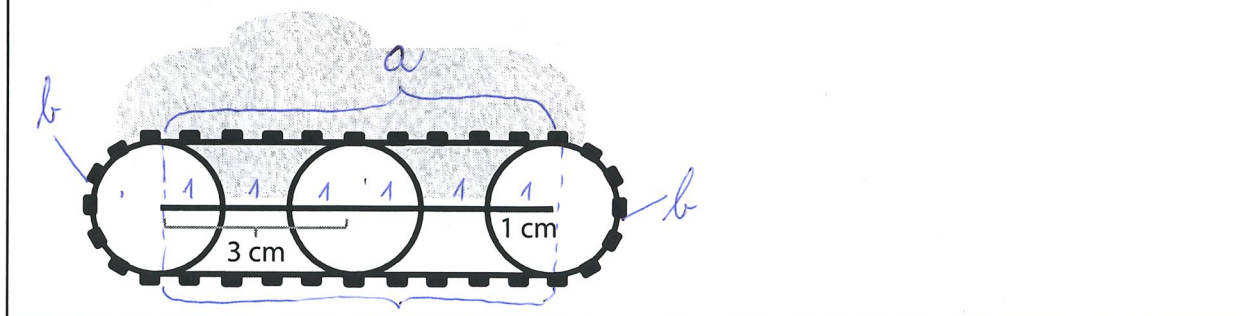
11.3 Sousedovy zásoby ovsu vydrží jeho koním na 9 dnů. ✓

- Naši koně - oves na 12 dnů
- Soused o polovinu větší zásobu → našim koním by stačila na $12 + \frac{1}{2} \cdot 12 = 18$ dnů
- Soused má 2x více koní ⇒ naše zásoby by mu stačily na poloviční dobu ⇒ $12 \cdot \frac{1}{2} = 6$ dnů
- Soused má o polovinu větší zásoby ovsu → našim koním by stačila na 18 dnů. On má ale 2x více koní ⇒ zásoba mu stačí na $\frac{1}{2} \cdot 18$ dnů = 9 dnů

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Model vozidla má na každé straně za sebou tři kolečka s poloměrem 1 cm, přes která je natažen pás.

Vzdálenost středů každých dvou sousedních koleček na téže straně vozidla je 3 cm.



(CZVV)

2 body

12 Jaká je délka jednoho pásu?

Výsledek v mm je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) větší než 180 mm
- B) 180 mm
- C) 176 mm
- D) 163 mm
- E) 151 mm

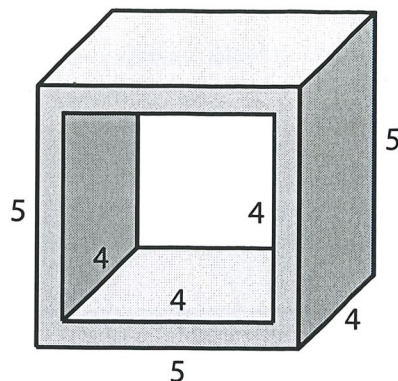
$$d = a + b ; \quad a = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$
$$b = 2 \pi r = 6,28 \text{ cm}$$

$$d = 12 + 6,28 = 18,28 \text{ cm} = 182,8 \text{ mm} \Rightarrow$$

\Rightarrow A

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 13–14

Dřevěný kvádr s rozměry 5 cm, 4 cm a 5 cm má hmotnost 50 g. V kvádru byl vytvořen skrz naskrz otvor tvaru krychle s hranou délky 4 cm.
(Rozměry tělesa uvedené v obrázku jsou v cm.)



(CZVV)

2 body

13 Jaký objem má nově vytvořené těleso?

- A) 25 cm³
- B) 30 cm³
- C) 32 cm³
- D) 36 cm³
- E) jiný objem

nový kvádr
 $V = V_1 - V_2$ *vnitřní krychle*
 $V = 5 \cdot 5 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 4$
 $V = 100 - 64$
 $V = 36 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{D}$

14 O kolik gramů se snížila hmotnost kvádru po vytvoření otvoru?

- A) o 16 g
- B) o 20 g
- C) o 25 g
- D) o 32 g
- E) o 36 g

$\uparrow 100 \text{ cm}^3 \dots 50 \text{ g} \uparrow$
 $\uparrow 36 \text{ cm}^3 \dots x \text{ g} \uparrow$

 $X = \frac{36 \cdot 50}{100} = 18 \text{ g}$

Hmotnost se snížila o $50 - 18 = 32 \text{ g} \Rightarrow \text{D}$

2 body

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 15

Pavel za hodinu vydělal 300 Kč, Václav o třetinu více než Pavel.

Václav odpracoval celkem 60 hodin, což je o třetinu méně hodin, než odpracoval Pavel.

| | Pavel | Václav |
|---------------------------|-------|--------|
| Výdělek za hodinu | 300 | 400 |
| Počet odpracovaných hodin | 90 | 60 |
| Výdělek celkem | 24000 | 24000 |

$$300 + \frac{1}{3} \cdot 300 = 400$$

$$\frac{2}{3} \text{ práce} \dots 60 \text{ h} \Rightarrow \frac{1}{3} \text{ práce} \dots 90 \text{ h}$$

(CZVV)

max. 6 bodů

15 Přiřadte ke každé otázce (15.1–15.3) správnou odpověď (A–F).

15.1 O kolik procent méně vydělal za hodinu Pavel než Václav?

(C)

15.2 O kolik procent více hodin odpracoval Pavel než Václav?

(F)

15.3 O kolik procent více si celkem vydělal Pavel než Václav?

(B)

A) o 0 %

B) o 12,5 %

C) o 25 %

D) o 33,3 %

E) o 50 %

F) o jiný počet procent

15.1.

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots 400 \\ \uparrow x\% \dots 300 \end{array}$$

$$x = \frac{300 \cdot 100}{400} = 75\% \Rightarrow \text{o } 25\% \Rightarrow \text{(C)}$$

15.2.

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots 60 \\ \uparrow x\% \dots 90 \end{array}$$

$$x = \frac{90 \cdot 100}{60} = 150\% \Rightarrow \text{o } 50\% \Rightarrow \text{(E)}$$

15.3.

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots 24000,- \\ \uparrow x\% \dots 24000,- \end{array}$$

$$x = \frac{24000 \cdot 100}{24000} = 112,5\% \Rightarrow \text{o } 12,5\% \Rightarrow \text{(B)}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Obdélník budeme opakovaně zvětšovat, tak, že stranu, která je v daném okamžiku kratší, prodloužíme o 3 cm a delší stranu jen o 1 cm.

Po třetím prodloužení se vytvoří obdélník s rozměry 11 cm a 12 cm.

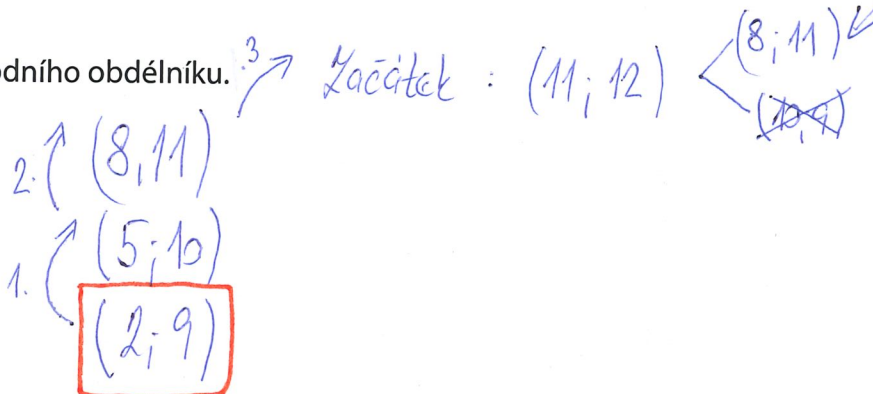
Strana, která byla na počátku kratší, zůstane kratší po prvním, druhém i třetím prodloužení.

(CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Určete rozměry původního obdélníku.



16.2 Určete rozměry obdélníku po pátém prodloužení.

4. prodloužení ... (14; 13)

5. prodloužení ... (14+1; 13+3) = (15; 16)

16.3 Určete rozměry obdélníku po sto pátém prodloužení.

3. ... (11; 12)

4. ... (14; 13)

5. ... (15; 16)

6. ... (18; 17)

7. ... (19; 20)

8. ... (22; 21)

9. ... (23; 24)

10. ... (26; 25)

...

105. ... (215; 216)

$$15 + 100 \cdot 2 = 215$$

$$16 + 100 \cdot 2 = 216$$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.