

Řešení - 2018 → 2. roční termín

MATEMATIKA 9

M9PBD18C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené** a **uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.

1

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

A B C D E

14

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

A B C D E

14

- Jakýkoliv jiný způsob zápisu odpovědi (např. dva křížky u jedné odpovědi) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYNI!

V úlohách 1, 2, 6, 7, 8 a 16 přepište do **záznamového archu** pouze **výsledky**.

1 bod

- 1 **Vypočtete** tři sedminy ze součinu čísel 21 a 14.

$$\frac{3}{4} \cdot 21 \cdot 14^2 = 6 \cdot 21 = \boxed{126}$$

max. 2 body

- 2 **Vypočtete:**

2.1

$$100 + 1 : \sqrt{6400 + 60^2} = 100 + 1 : \sqrt{10000} = 100 + \frac{1}{100} = \boxed{100,01}$$

\downarrow
3600

\downarrow
100

2.2

$$0,005 \cdot 10^2 - 1,2 : 0,02 = 0,5 - 120 : 2 = 0,5 - 60 = \boxed{-59,5}$$

\downarrow
100

Doporučení: Úlohy 3, 4 a 5 řešte přímo v **záznamovém archu**.

max. 4 body

- 3 **Vypočtete a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.**

3.1

$$\left(0,5 + \frac{2}{5}\right) : \left(2 - \frac{7}{8}\right) = \frac{5+4}{10} : \frac{16-7}{8} = \frac{9}{10} \cdot \frac{8}{9} = \boxed{\frac{4}{5}}$$

\downarrow
 $\frac{1}{2}$

3.2

$$3 \cdot \frac{\frac{2}{9} - \frac{3}{5} : \frac{6}{15}}{2} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{8} \cdot \frac{15}{6}}{2} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{2} = \frac{4-9}{6} = \frac{-5}{6} \cdot \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{5}{12}}$$

V **záznamovém archu** uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

max. 4 body

4 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

4.1

$$(2 + 3a)^2 - (2 - 3a)^2 = 4 + 12a + 9a^2 - (4 - 12a + 9a^2) = \\ = \cancel{4} + 12a + 9a^2 - \cancel{4} + 12a - 9a^2 = \boxed{24a}$$

4.2

$$\frac{1}{2} \cdot n \cdot (2 - 3n) + 3 \cdot \underbrace{(n + 2n)}_{3n} - n \cdot (3 - n) = \frac{2n - 3n^2}{2} + \overbrace{9n}^{6n} - 3n + n^2 = \\ = \frac{2n - 3n^2 + 12n + 2n^2}{2} = \boxed{\frac{-n^2 + 14n}{2} = -\frac{1}{2}n^2 + 7n}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

Oboje správně

max. 4 body

5 Řešte rovnici:

5.1

$$x \cdot (x + 2) + 0,6 = x \cdot x + \frac{1}{5} \\ x^2 + 2x + \frac{6}{10} = x^2 + \frac{1}{5} \quad | \cdot 10 \\ 20x + 6 = 2 \\ 20x = -4 \quad | : 20 \\ x = -\frac{4}{20} = \boxed{-\frac{1}{5}}$$

5.2

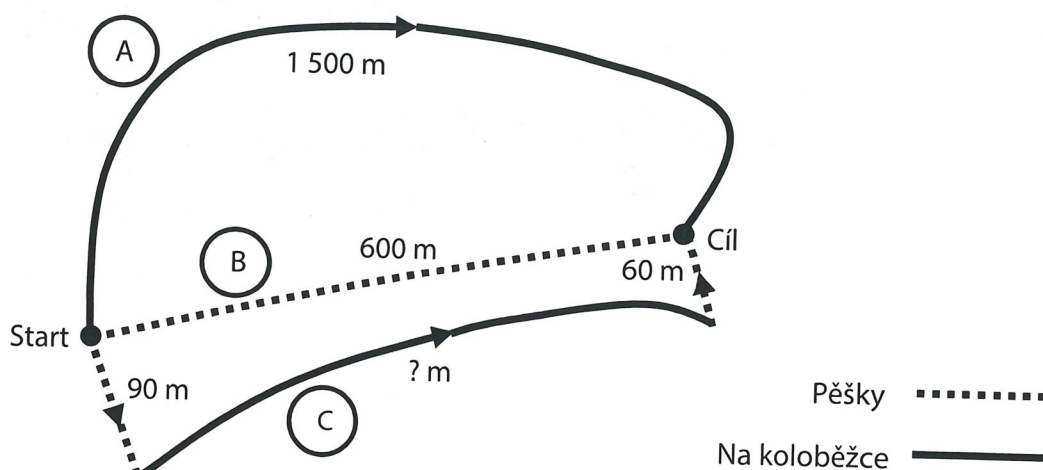
$$\frac{2y - 3}{4} - 2 \cdot \frac{y}{5} = \frac{2 - y}{2} - 1 \quad | \cdot 20 \\ 5(2y - 3) - 8y = 20 - 10y - 20 \\ 10y - 15 - 8y = -10y \\ 12y = 15 \\ y = \frac{15}{12} = \boxed{\frac{5}{4}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Tři chlapci se přemístili od startu do cíle po třech různých trasách A, B, C vždy za stejný čas. Adam trasu A dlouhou 1 500 m ujel na koloběžce. Bedřich trasu B dlouhou 600 m ušel pěšky. Cyril na trase C nasedl na koloběžku až po 90 m pěší chůze, koloběžku pak zanechal 60 m před cílem a do cíle došel pěšky.

Adam jezdí na koloběžce stejně rychle jako Cyril. Cyril chodí pěšky stejně rychle jako Bedřich. Časové ztráty při nasedání na koloběžku a odkládání koloběžky zanedbáváme.



(CZVV)

6

max. 4 body

- 6.1 Vypočtete, kolikrát je jízda na koloběžce rychlejší než pěší chůze.

$$\frac{A}{B} = \frac{1500}{600} = \frac{15}{6} = \boxed{2,5 \times}$$

- 6.2 Adam s Cyrilem vystartovali současně.

Vyjádřete zlomkem, jakou část trasy měl za sebou Adam v okamžiku, kdy Cyril nasedl na koloběžku.

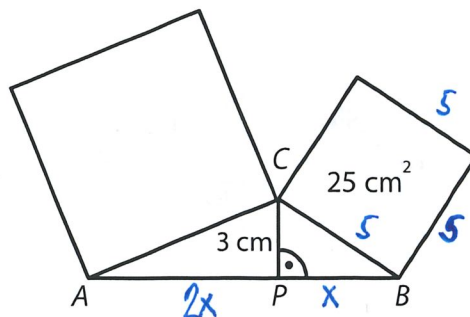
26.1. Adam jede 2,5x rychleji $\Rightarrow A \rightarrow 90 \cdot 2,5 = 225$
 Měl za sebou $\frac{225}{1500} = \frac{15}{100} = \boxed{\frac{3}{20} \text{ trasy}}$

- 6.3 Vypočtete, kolik metrů ujel Cyril na koloběžce.

$90 + 60 = 150 \text{ m}$ šel Cyril pěšky \rightarrow na kole by ujel $150 \cdot 2,5 = \boxed{375 \text{ m}}$
 Na koloběžce tedy jel $1500 - 375 = \boxed{1125 \text{ m}}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Nad dvěma stranami trojúhelníku ABC jsou sestaveny čtverce.
 Obsah čtverce nad stranou BC je 25 cm^2 .
 Velikost výšky v_c na stranu AB je 3 cm .
 Pata P výšky v_c dělí stranu AB v poměru $2 : 1$.
 Strana AC je delší než strana BC .



(CZVV)

max. 3 body

7

7.1 Vypočítejte v cm délku strany AB .

$$x^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

$$x = 4 \text{ cm} = |PB|$$

$$|AB| = 2x + x = 3x = 3 \cdot 4 = \boxed{12 \text{ cm}}$$

7.2 Vypočítejte v cm^2 obsah čtverce nad stranou AC .

$$|AC|^2 = 8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73 = S$$

$$\boxed{S = 73 \text{ cm}^2}$$

max. 2 body

8 Doplňte do rámečku takové číslo, aby platila rovnost:

8.1 $80 \text{ dm}^3 - \boxed{150} \cdot 400 \text{ cm}^3 = 20 \text{ dm}^3$

Handwritten notes: $150 \cdot 0,4 = 60$ (with 60 dm^3 written below), $150 \cdot 0,4 = 60$ (in a box)

8.2 $(5 + \boxed{4}) \text{ minut} = \frac{2}{5} \text{ hodiny} - \frac{1}{4} \text{ hodiny} = 9 \text{ minut}$

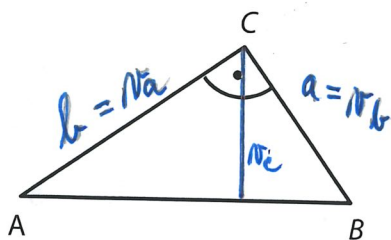
Handwritten notes: $\frac{2}{5}$ hodiny is underlined and labeled 24 min; $\frac{1}{4}$ hodiny is underlined and labeled 15 minut.

V záznamovém archu uveďte čísla doplněná do rámečků.

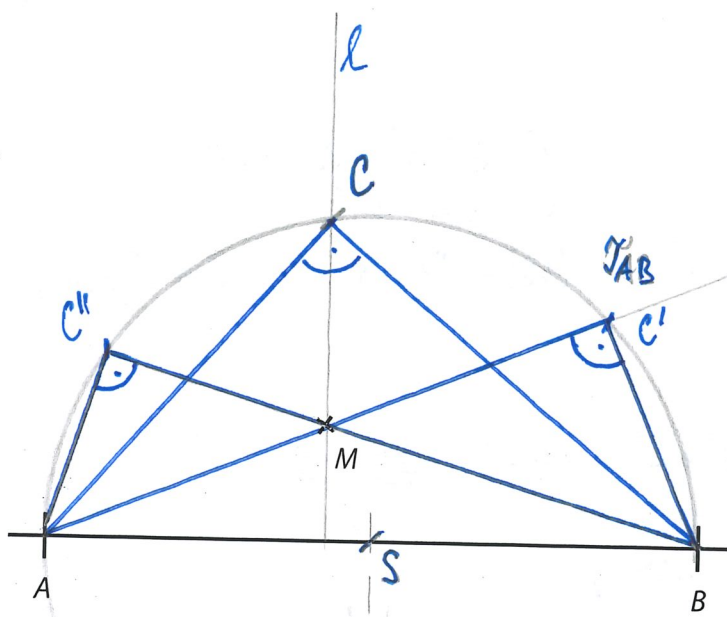
Doporučení pro úlohy 9 a 10: Rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

9.1



9.2 V rovině leží přímka AB a mimo ni bod M .



- 1) $S; S$ je střed AB
 - 2) $\hat{S}AB$
 - 3) $l; l \perp AB \wedge M \in l$
 - 4) $C; C \in l \cap \hat{S}AB$
 - 5) $\rightarrow AH, \rightarrow BH$
 - 6) $C'; C' \in \hat{S}AB$
 - 7) $C''; C'' \in \hat{S}AB$
- $3 \triangle ABC$ - 3 řešení
max. 4 body

(CZVV)

9

9.1 V pravoúhlém trojúhelníku ABC sestrojte a popište výšky v_a, v_b, v_c .

9.2 Úsečka AB je **přepona** c pravoúhlého trojúhelníku ABC .

Bod M leží na kterékoli z jeho tří výšek v_a, v_b, v_c .

Sestrojte chybějící vrchol C trojúhelníku ABC a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

(Neuvažujte o řešení, kdy bod M leží vně trojúhelníku.)

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží polopřímka AX a přímka o.

1) $\sigma(o): A \rightarrow B$
 2) $k; k(A; r = |AB|)$
 3) $D; DE \perp k \cap AX$
 4) $n; n \parallel AB \cap DE \cap k$
 5) $\sigma(o): D \rightarrow C$
 6) $\square ABCD$

(CZVV)

max. 2 body

- 10 Bod A je vrchol rovnoramenného lichoběžníku ABCD s osou souměrnosti o. Vrchol D tohoto lichoběžníku leží na polopřímce AX. Strany AB a AD mají stejnou délku.

Sestrojte a popište chybějící vrcholy lichoběžníku ABCD a lichoběžník narýsujte.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Na kružnici k, jejíž délka je 20π cm, leží vrcholy čtverce ABCD. Čtverec je rozdělen na dva trojúhelníky a lichoběžník DBEF. Délka úsečky BD je dvojnásobkem délky úsečky EF.

$\sigma = 2\pi r = 20\pi$
 $2r = 20$
 $r = 10 \text{ cm} \Rightarrow |BD| = 20 \text{ cm}$
 $|EF| = 10 \text{ cm}$

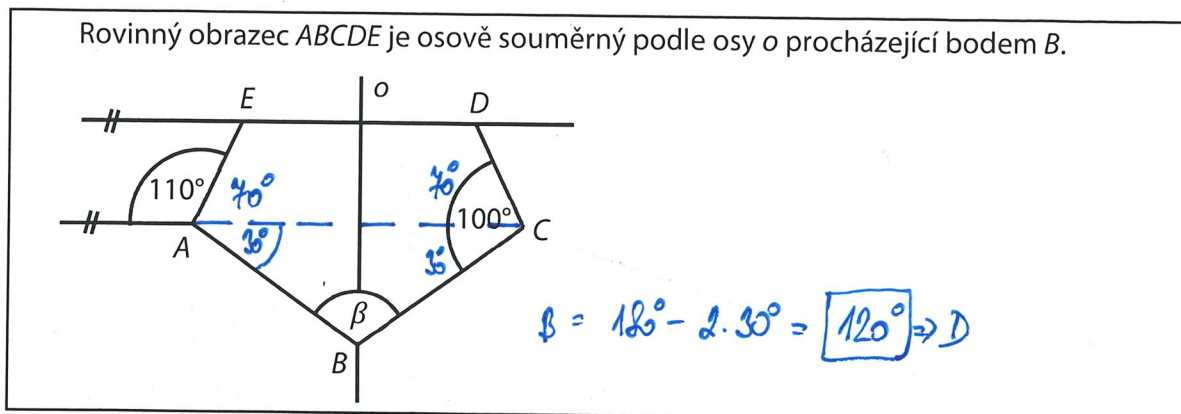
(CZVV)

max. 4 body

- 11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 11.1 Výška lichoběžníku DBEF je 10 cm. 5 cm | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| 11.2 Lichoběžník DBEF má obsah 75 cm^2 . $S = \frac{(a+c) \cdot h}{2} = \frac{(20+10) \cdot 5}{2} = 75 \text{ cm}^2 \Rightarrow$ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 11.3 Obsah lichoběžníku DBEF tvoří tři osminy obsahu čtverce ABCD. | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- $a^2 + a^2 = 20^2$
 $2a^2 = 400$
 $a^2 = 200$ - obsah čtverce $\frac{3}{8} \cdot 200 = \frac{3}{8} \cdot 200 = \frac{600}{8} = 75 \text{ cm}^2 \Rightarrow A, N$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12



(CZVV)

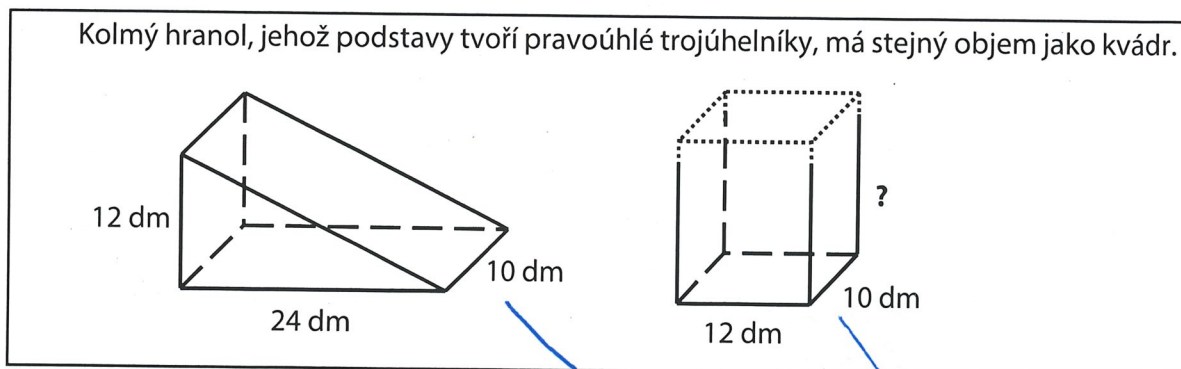
2 body

12 Jaká je velikost úhlu β ?

Úhly neměřte, ale vypočtete.

- A) menší než 100°
- B) 100°
- C) 110°
- D) 120°
- E) větší než 120°

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13



(CZVV)

2 body

13 Jaký je chybějící rozměr kvádrů?

- A) 8 dm
- B) 12 dm
- C) 15 dm
- D) 16 dm
- E) jiný počet dm

$$V = S_p \cdot h$$

$$V = \frac{24 \cdot 12}{2} \cdot 10 \text{ dm}^3$$

$$V = 1440 \text{ dm}^3$$

$$V = a \cdot b \cdot ?$$

$$1440 = 12 \cdot 10 \cdot ?$$

$$? = \frac{1440}{120} = 12 \text{ dm}$$

B

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

$$\boxed{\frac{2}{3}x} = x - \frac{1}{3}x$$

Jeden kilogram jablek byl zlevněn o třetinu ceny.

Za 5 kg zlevněných jablek se tak zaplatí o 18 Kč méně než za 4 kg jablek před slevou.

(CZVV)

$$5 \cdot \frac{2}{3}x + 18 = 4x$$

2 body

14 Která z následujících rovnic odpovídá zadání úlohy, jestliže neznámá x představuje cenu za 1 kg jablek před slevou?

(A) $5 \cdot \frac{2x}{3} + 18 = 4x$ ✓

B) $5x + 18 = 4 \cdot \frac{4x}{3}$

C) $5\left(x - \frac{1}{3}\right) = 4x + 18$

D) $5(x - 18) = \frac{2}{3} \cdot 4x$

E) $5x + 18 = 4 \cdot \left(x + \frac{1}{3}\right)$

max. 6 bodů

15 Přiřadte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Číslo 420 je o 20 % větší než neznámé číslo.

Jaké je neznámé číslo?

(D)

15.2 48 % neznámého čísla je o 51 větší než 33 % téhož neznámého čísla.

Jaké je neznámé číslo?

(C)

15.3 Poměr dvou čísel je 1 : 3. Polovina většího z nich je 135.

Jaký je součet obou čísel?

(E)

A) menší než 320

B) 320

C) 340

D) 350

E) 360

F) větší než 360

15.1.

$$\begin{array}{l} \uparrow 420 \dots 120\% \uparrow \\ X \dots 100\% \uparrow \end{array}$$

$$X = \frac{100 \cdot 420}{120} = 2100 : 6 = \boxed{350} \Rightarrow (D)$$

15.2.

$$0,48x = 0,33x + 51$$

$$0,15x = 51 \quad | \cdot 100$$

$$15x = 5100$$

$$x = 5100 : 15 = \boxed{340} \Rightarrow (C)$$

15.3.

$$135 \cdot 2 = 270$$

$$1 : 3 = ? : 270$$

$$\cdot 90 \quad \cdot 90$$

$$? = 90 \Rightarrow \text{SOUCET JE } 270 + 90 = \boxed{360} \Rightarrow (E)$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 16

Na obrazovce počítače jsou dvě čísla – jedno v modrém a druhé v červeném poli.

Na počátku jsou obě čísla stejná.

Při každém pípnutí se obě čísla současně zvětší. V modrém poli se číslo zvětší vždy o 6. Přírůstky čísla v červeném poli se pravidelně střídají – jednou se číslo zvětší o 3, při dalším pípnutí o 5, potom znovu o 3, o 5, o 3, o 5, o 3 atd.

V jednu chvíli se na obrazovce objeví v modrém poli číslo 500 a současně v červeném poli číslo 400.

(CZVV)

max. 4 body

16

16.1 Určete, jaké číslo je v modrém poli **na počátku**.

| M | Č |
|--|---|
| o 6 | o 3 |
| o 6 | o 5 |
| o 12 | o 8 |

Každá 2 pípnutí je rozdíl (4)

$$500 - 400 = 100$$

$$100 : 2 = \boxed{50x} \rightarrow \text{celkem 50 pípnutí}$$

$$\text{Modrá: } 500 - 50 \cdot 6 = 500 - 300 = \boxed{200} \text{ na počátku}$$

16.2 Určete, **o kolik** se zvětší číslo v **modrém** poli, zatímco se číslo v červeném poli zvětší o 123.

$$123 - 3 = 120$$

$$120 \div 8 = 15$$

Zvětšení o 123 znamená (15+1) zvětšení o 3 a 15x zvětšení o 5 \Rightarrow (31 pípnutí)

$$16 \cdot 3 + 15 \cdot 5 = \boxed{129}$$

$$\text{V modrém poli: } 31 \cdot 6 = \boxed{186}$$

16.3 Určete číslo v **červeném** poli v okamžiku, kdy je o 444 menší než číslo v modrém poli.

$$444 : 4 = 111x \text{ po 2 pípnutí}$$

$$\text{Od začátku tedy } 200 + 111 \cdot 3 + 111 \cdot 5 = 200 + 333 + 555 =$$

$$= 200 + 888 = \boxed{1088}$$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.