Řešení úkolů z dne 2. 4. 2020

Příklad č. 1:

Zjisti, zda trojúhelníky ABC a A´B´C´ jsou podobné. Pokud ano, urči koeficient podobnosti a podobnost zapiš: $a = 40\ mm, b = 48\ mm, c = 32\ mm\ a' = 60\ mm, b' = 50\ mm, c' = 40\ mm$

Určujeme koeficient podobnosti u největších, prostředních a nejmenších stran:

$k_1 = \frac{a'}{a} = \frac{60}{48} = \frac{5}{4}$

$k_2 = \frac{b'}{b} = \frac{50}{40} = \frac{5}{4}$

$k_3 = \frac{c'}{c} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$

$k_1 = k_2 = k_3 = \frac{5}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

Příklad č. 2:

Strany trojúhelníku ABC mají délky 4 cm, 5 cm a 7 cm. Urči rozměry trojúhelníku A´B´C´, který je podobný trojúhelníku ABC a má obvod 12 cm.

$a_1 = 4cm$

$b_1 = 5cm$

$c_1 = 7cm$

$o_1 = 4+5+7 = 16cm,$

$o_2 = 12cm$

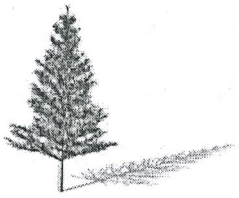
$k = \frac{o_2}{o_1} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \Rightarrow a_2 = k \cdot a_1 = 0{,}75 \cdot 4 = 3cm$

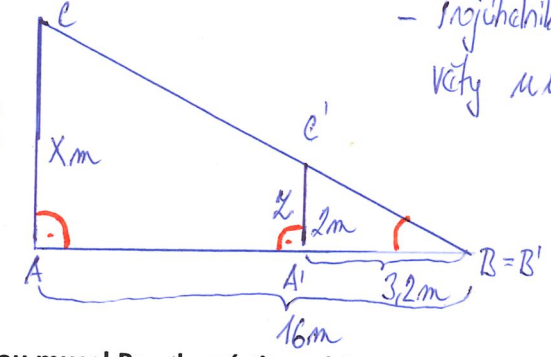
$b_2 = k \cdot b_1 = 0{,}75 \cdot 5 = 3{,}75cm$

$c_2 = k \cdot c_1 = 0{,}75 \cdot 7 = 5{,}25cm$

Příklad č. 3:

Stín stromu je dlouhý 16m. Stín vedle něj stojící 2m vysoké turistické značky je tehdy dlouhý 3,2 m. Jakou výšku v metrech má strom?





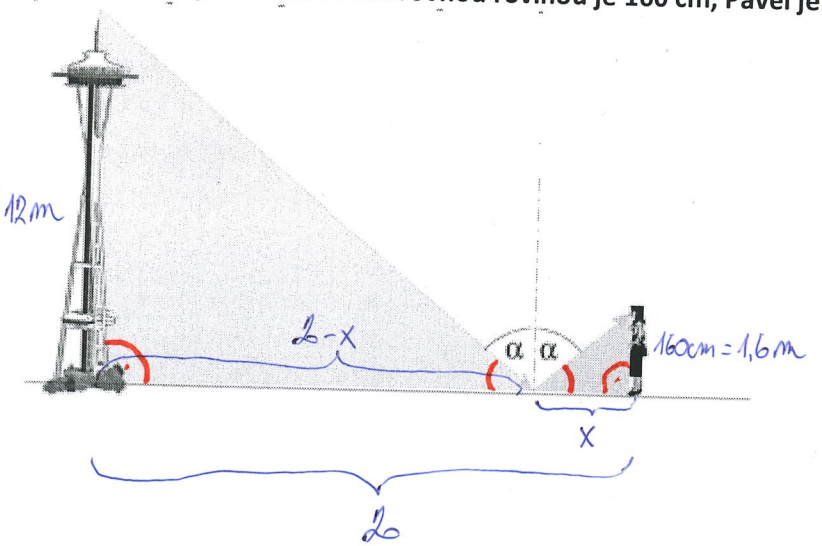
- Trojúhelníky ABC a A'B'C' jsou podobné podle věty uu

$\frac{X}{2} = \frac{16}{3{,}2}$

$X = \frac{16 \cdot 2}{3{,}2} = \frac{32}{3{,}2} = 10m$

Příklad č. 4:

Jak daleko od svých nohou musel Pavel umístit zrcátko, aby v něm uviděl vrchol věže vysoké 12 m? Výška Pavlových očí nad vodorovnou rovinou je 160 cm, Pavel je od věže vzdálen 20 m.



- Oba trojúhelníky jsou opět podobné podle věty uu

$\frac{20-X}{12} = \frac{X}{1{,}6} \quad / \cdot 12 \cdot 1{,}6$

$1{,}6(20-X) = 12X$

$32 - 1{,}6X = 12X$

$32 = 13{,}6X$

$X = 32 : 13{,}6 = 320 : 136 = 2{,}352$

480

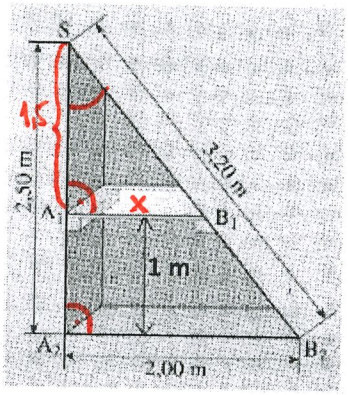
420

400

$X \doteq 2{,}35m$

Příklad č. 5:

Do skříňky třeba umístit skleněnou poličku ve výšce 1m od spodku vitríny. Jak velkou polici do ní v této výši umístíme? Vitrínka je pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami 2 m a 2,5 m.



$$\frac{X}{2} = \frac{1,5}{2,5} \quad | \cdot 2$$

$$X = \frac{1,5 \cdot 2}{2,5} = \frac{3}{2,5} = \frac{30}{50} : 25 = \boxed{1,2\,m}$$

Příklad č. 6:

Pavlík má model železnice, ve kterém je vše zmenšeno v poměru 1:144. Jak dlouhá by byla ve skutečnosti vlaková souprava, jejíž model má délku 56 cm?

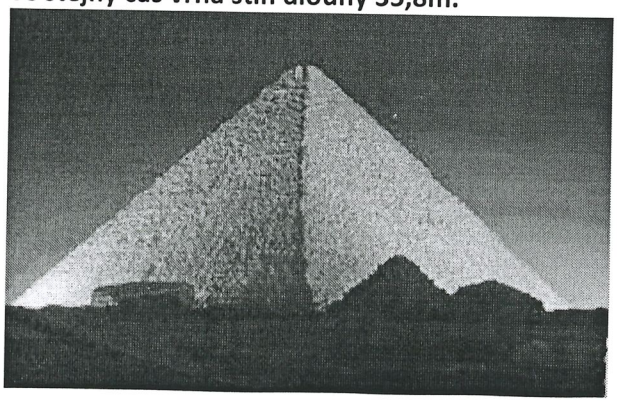
1cm na modelu představuje 144cm ve skutečnosti

56cm na modelu představuje: 144 · 56 = 864, 720, 8064 cm

Vlaková souprava má ve skutečnosti 80,64 m.

Příklad č. 7:

Dopadají-li sluneční paprsky pod úhlem 60°, vrhá slavná egyptská Cheopsova pyramida, která je dnes vysoká 137,3m , stín dlouhý 79,3m. Vypočítejte dnešní výšku nedaleké Mikerinovi pyramidy, která ve stejný čas vrhá stín dlouhý 35,8m.

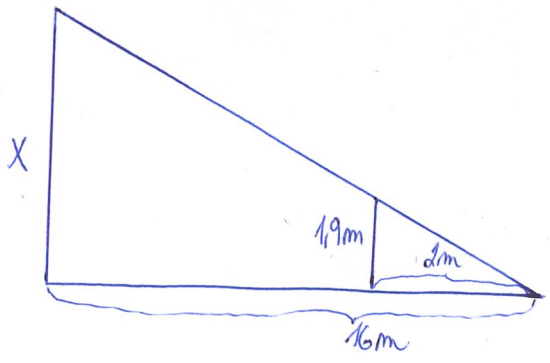


$$\frac{X}{137,3} = \frac{35,8}{79,3} \Rightarrow X = \frac{35,8 \cdot 137,3}{79,3}\ m$$

$$X \doteq 61,98\,m$$

Příklad č. 8:

Pan Novák chce pokácet strom, který stojí vedle jeho chalupy, ale má obavy, aby mu neponičil střechu. Změřil si, že stín stromu má 16 m a jeho vlastní stín měří 200 cm. Může strom spadnout na chalupu, když stojí 15 metrů od ní a pan Novák měří 190 cm?

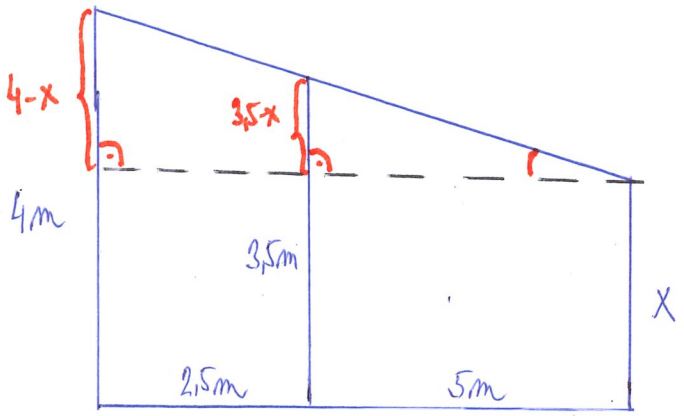


$$\frac{X}{16} = \frac{1,9}{2}$$

$$X = \frac{16 \cdot 1,9}{2} = 15,2\,m$$

Strom zasáhne část střechy (15,2 - 15 = 0,2m). Strom tedy na chalupu spadnout může.

Příklad č. 9 (dobrovolný – pro uchazeče o studium na střední škole povinný):
Mezi 3 sloupky je natažené ocelové lanko. Výška 1. sloupku je 4 m, výška druhého je 3,5 m. Vzdálenost prvních dvou sloupků je 2,5m, vzdálenost 2. a 3. sloupku je 5 m. Paty všech tří sloupků stojí v jedné přímce. Jaká je výška třetího sloupku?



$$\frac{4-x}{2,5+5} = \frac{3,5-x}{5} \quad / \cdot 5(2,5+5)$$

$$5(4-x) = 7,5(3,5-x)$$

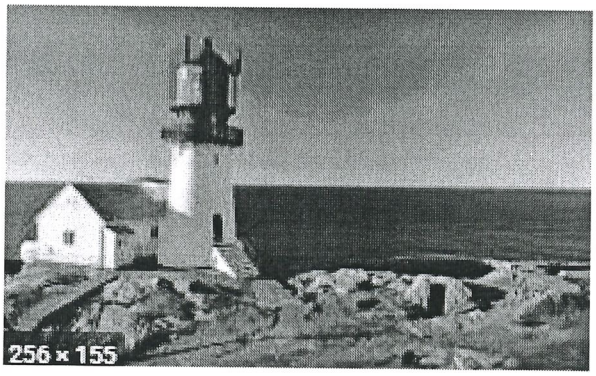
$$20-5x = 26,25-7,5x$$

$$2,5x = 6,25$$

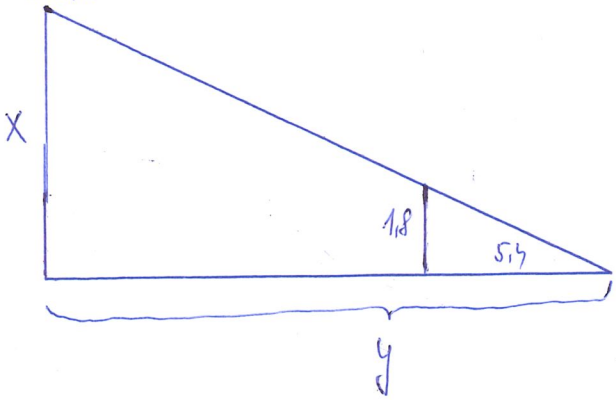
$$x = 2,5\,m$$

Příklad č. 10 (dobrovolný - pro uchazeče o studium na střední škole povinný):

Muž, 180 cm vysoký, kráčí po nábřeží přímo k majáku. Mužův stín, způsobený světlem majáku, je na začátku dlouhý 5,4 m. Když se muž přiblíží k majáku o 90 metrů, zkrátí se jeho stín o 3 metry. Jak vysoký je maják a jak daleko je muž od něho vzdálený?



Počátek:
MAJÁK



Počátek: $\frac{x}{y} = \frac{1,8}{5,4} \quad / \cdot 5,4y$

Po přiblížení: $\frac{x}{y-90} = \frac{1,8}{5,4-3} \quad / \cdot (y-90) \cdot 2,4$

$$5,4x = 1,8y$$

$$2,4x = 1,8(y-90)$$

$$5,4x = 1,8y \quad / \cdot (-1)$$

$$2,4x = 1,8y - 162$$

$$-5,4x = -1,8y$$

$$2,4x = 1,8y - 162 \quad / \oplus$$

$$-3x = -162$$

$$x = 54$$

$$y = \frac{5,4x}{1,8} = 3x = 3 \cdot 54 = 162\,m$$

Maják je vysoký 54m a muž je od něj vzdálený 162 metrů.