



Řešení - 219 - II. ročník termín
(šestiletě)

MATEMATIKA 7

M7PBD19C0T02

DIDAKTICKÝ TEST

Jméno a příjmení

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy **se neudělují záporné body**.
- **Odpovědi píšete do záznamového archu**.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje **otevřené a uzavřené úlohy**. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.

2 Pravidla správného zápisu do záznamového archu

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Řešení úloh **píšete čitelně** do vyznačených bílých polí záznamového archu.

1

- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápisy uvedené mimo vyznačená bílá pole záznamového archu nebudou hodnoceny.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.

	A	B	C	D	E
14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvíte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.

	A	B	C	D	E
14	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Jakýkoliv jiný způsob zápisu odpovědi (např. dva křížky u jedné otázky) bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

V úlohách 1, 2, 4, 5 a 16 přepište do záznamového archu pouze výsledky.

1 Vypočítejte v minutách jednu dvacetinu z 12 hodin.

1 bod

$$\frac{1}{20} \cdot 12h = \frac{1}{20} \cdot 720 \text{ minut} = 720 : 20 = \boxed{36 \text{ minut}}$$

2 Vypočítejte:

max. 3 body

2.1

$$0,5 \cdot 1,2 + 0,02 = 0,6 + 0,02 = \boxed{0,62}$$

2.2

$$\frac{10}{0,5} - \frac{0,5}{10} = \frac{100}{5} - \frac{5}{100} = 20 - 0,05 = \boxed{19,95}$$

Doporučení: Úlohu 3 řešte přímo v záznamovém archu.

3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

max. 4 body

3.1

$$2 - \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{11}{6} - \frac{4}{9} \right) = 2 - \frac{6}{5} \cdot \frac{33-8}{18} = 2 - \frac{6}{5} \cdot \frac{25}{18} = 2 - \frac{5}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

3.2

$$\frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} + \frac{5}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2}} = \frac{\frac{3}{8} + \frac{5}{2}}{\frac{1}{4} + \frac{15}{4}} = \frac{\frac{3+20}{8}}{\frac{16}{4}} = \frac{\frac{23}{8}}{4} = \boxed{\frac{23}{32}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Aleš má v pravé kapse o polovinu méně korun než v levé kapse.
Kdyby přendal 40 korun z levé kapsy do pravé, měl by v obou kapsách stejně.

(CZVV)

max. 3 body

4 Vypočtete,

4.1 o kolik korun má Aleš v levé kapse více než v pravé,

$$160 - 80 = 80$$

4.2 kolik korun má Aleš celkem v obou kapsách.

$$160 + 80 = 240$$

Pravá kapsa ... $\frac{x}{2}$... 80,-
Levá kapsa ... x ... 160,-

$$x - 40 = \frac{x}{2} + 40$$

$$\frac{x}{2} = 80$$

$$x = 160$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 5

Chovatel chová dospělé kočky a koťata. Kupuje jim univerzální granule balené vždy ve stejných pytích.

Za jeden den sežerou 3 koťata stejné množství granulí jako 2 dospělé kočky. $3k; 2D \rightarrow k \rightarrow \frac{2}{3}D$

Dospělá kočka má jeden pytel granulí přesně na 12 dní.

(Každá dospělá kočka sežere denně stejné množství granulí. Totéž platí o koťatech.)

(CZVV)

max. 5 bodů

5 Vypočtete,

5.1 na kolik dní mají jeden pytel granulí 3 koťata,

5.2 na kolik dní mají jeden pytel granulí 3 koťata společně s 1 dospělou kočkou,

5.3 kolik koťat sežere jeden pytel granulí přesně za 1 den.

Dospělá ... 1 pytel ... 12 dní
koťata ... 1 pytel ... $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ dní

5.1: $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ dospělá} \dots 1 \text{ pytel} \dots 12 \text{ dní} \\ 2 \text{ dospělé} \dots 1 \text{ pytel} \dots 6 \text{ dní} \end{array} \right\} 2D = 3K \Rightarrow 3 \text{ koťata mají 1 pytel na 6 dní.}$

5.2: 3 koťata = 2 dospělé kočky \Rightarrow máme celkem 2 dospělé kočky: $\left. \begin{array}{l} 1K \dots 12 \text{ dní} \\ 3K \dots 4 \text{ dní} \end{array} \right\}$

5.3: $\left. \begin{array}{l} 1 \text{ kočka sežere pytel za 12 dní} \\ 12 \text{ koček -H- sežere 1 den} \end{array} \right\} D = \frac{3}{2}K; \left. \begin{array}{l} 2D \dots 3K \\ 12D \dots xK \end{array} \right\} X = \frac{12 \cdot 3}{2} = 18$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Sestry Soňa a Táňa s kamarádkou Radkou pracovaly v létě na brigádě. Výplatu si rozdělily podle odpracované doby.

Radka si vydělala 3 000 korun.

Výplata obou sester dohromady a výplata Radky byly (v tomto pořadí) v poměru 5 : 2.

Výplata Soni byla o jednu osminu menší než výplata její sestry Táni.

(CZVV)

6

max. 4 body

- 6.1 **Vypočítejte**, kolik korun si vydělala všechna tři děvčata dohromady.
 6.2 **Vyjádřete** v základním tvaru poměr výplat Soni a Táni (v tomto pořadí).
 6.3 **Vypočítejte**, kolik korun si vydělala Soňa.

V záznamovém archu uveďte ve všech částech úlohy **postup řešení**.

$$\begin{array}{c} \text{Sestry} \quad R \\ 5 : 2 \\ \cdot 1500 \quad \downarrow \quad \cdot 1500 \\ \textcircled{4500} : 3000 \end{array}$$

Obě sestry si vydělaly 4500,-.

$$\begin{array}{l} \text{Soňa} \quad \text{Táňa} \\ \frac{4}{8}x + x = 4500 \quad | \cdot 8 \\ 4x + 8x = 6000 \\ 12x = 6000 \\ \boxed{x = 4000} \end{array}$$

6.1. $\text{Soňa} + \text{Táňa} + \text{Radka} = \frac{4}{8} \cdot 4000 + 4000 + 3000 = 3500 + 4000 + 3000 = \boxed{10500 \text{ Kč}}$

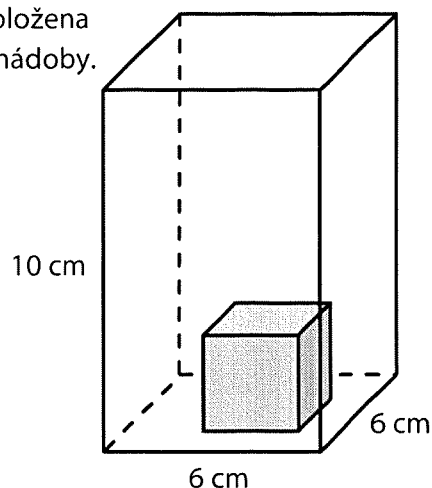
6.2. $S : T = 3500 : 4000 = 35 : 40 = \boxed{7 : 8}$

6.3. $\frac{4}{8} \cdot 4000 = \textcircled{3500,-}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRAZEK K ÚLOZE 7

Na dně skleněné nádoby tvaru čtyřbokého hranolu je položena ocelová krychle. Krychle zakrývá čtvrtinu čtvercového dna nádoby. Nádoba s krychlí je po okraj naplněna vodou.

Rozměry nádoby jsou uvedeny v obrázku. (Tloušťku stěn nádoby zanedbáváme.)



(CZVV)

max. 3 body

7 Vypočítejte v cm^3 objem vody v nádobě s krychlí.

V záznamovém archu uveďte postup řešení.

$$V_{\text{nádoba}} = 6 \cdot 6 \cdot 10 = 360 \text{ cm}^3$$

$$S_{\text{dno}} = 36 \text{ cm}^2$$

$$S_{\text{krychle (stěny)}} = \frac{1}{4} \cdot 36 = 9 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

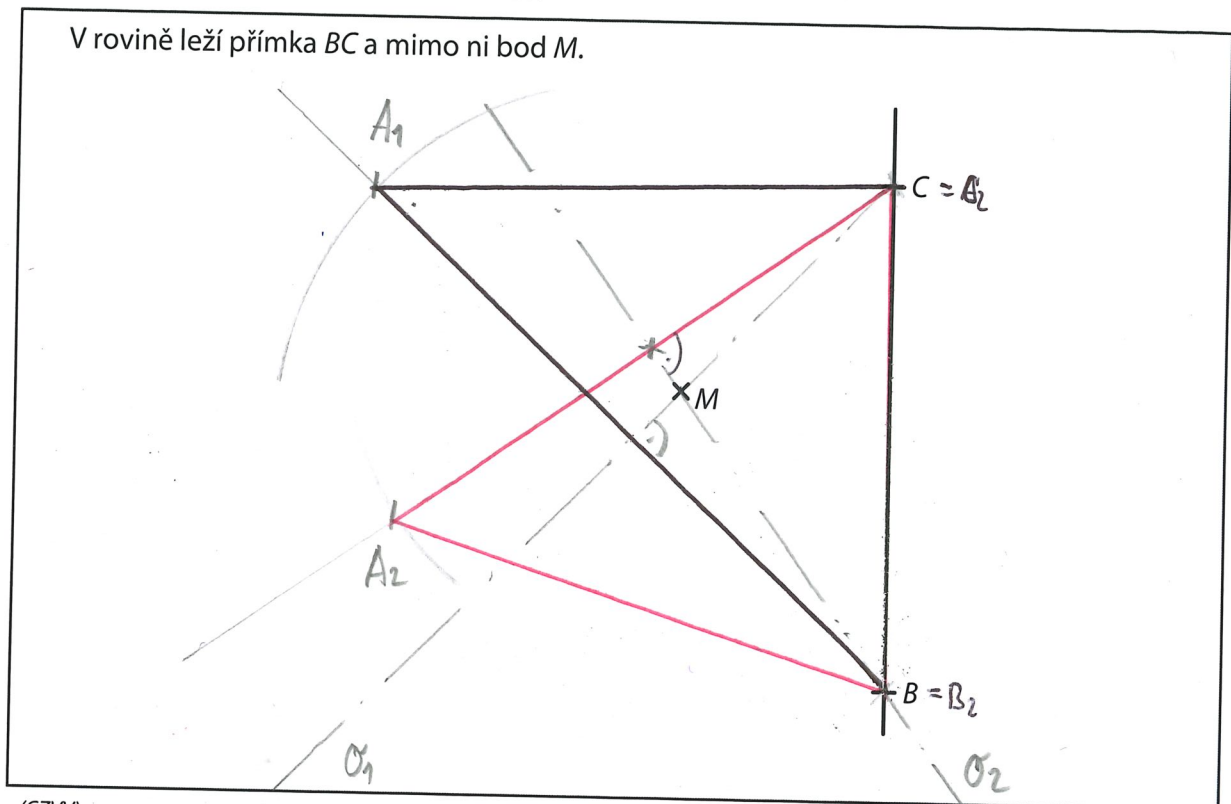
$$V_{\text{krychle}} = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \text{krychle má hranu } \boxed{a = 3 \text{ cm}}$$

$$\underline{\text{Objem vody v nádobě s krychlí}} : 360 - 27 = \boxed{333 \text{ cm}^3}$$

Doporučení pro úlohy 8 a 9: Rýsujte přímo do záznamového archu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8



max. 3 body

- 8 Úsečka BC je rameno rovnoramenného trojúhelníku ABC .
Bod M leží na ose souměrnosti tohoto trojúhelníku.
- 8.1 **Sestrojte a označte** písmenem osu souměrnosti o trojúhelníku ABC .
- 8.2 **Sestrojte a označte** písmenem chybějící vrchol A trojúhelníku ABC a trojúhelník **narýsujte**.

Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

$$\sigma_2 = BM$$

$$\sigma_1 = CM$$

$$\sigma(\sigma_2) : C \rightarrow A_2$$

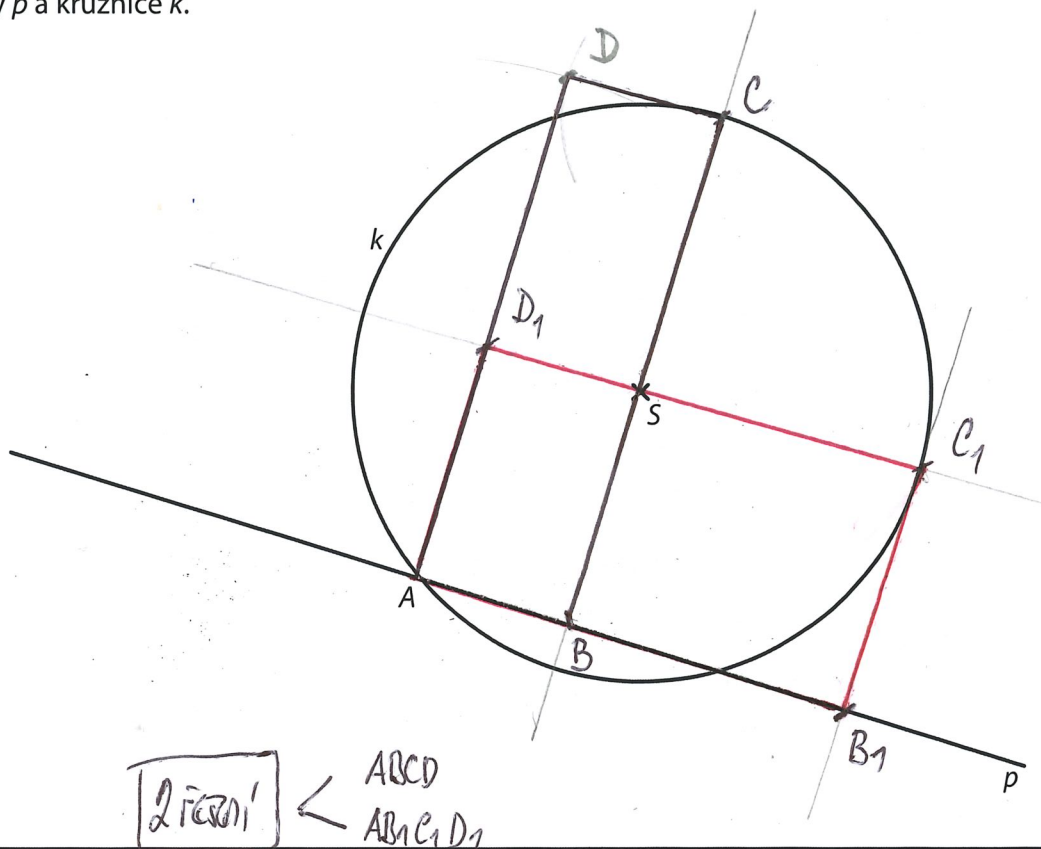
$$\sigma(\sigma_1) : B \rightarrow A_1$$

$$\Delta CA_2B :$$

$$\Delta CA_1B$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRAZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží přímka p a kružnice k se středem S . Bod A je jedním ze dvou průsečíků přímky p a kružnice k .



2 řešení \leftarrow $\begin{matrix} ABCD \\ AB_1C_1D_1 \end{matrix}$

(CZVV)

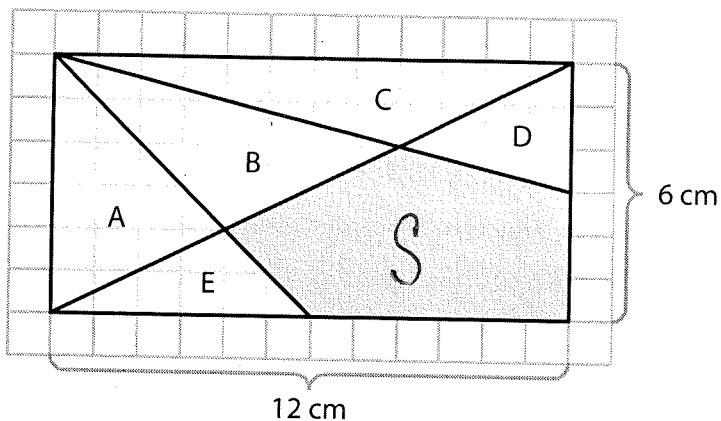
max. 2 body

- 9 Bod A je vrchol obdélníku $ABCD$.
 Strana AB tohoto obdélníku leží na přímce p ,
 bod S leží **uvnitř** některé ze tří **zbývajících** stran obdélníku $ABCD$.
 Jeden krajní bod strany, která obsahuje bod S , leží na kružnici k .
Sestrojte a označte písmeny chybějící vrcholy B, C, D obdélníku $ABCD$
 a obdélník **narýsujte**.
 Najděte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou** (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRAZEK K ÚLOZE 10

Čtvercová síť je tvořena čtverečky s délkou strany 1 cm.
 Ve čtvercové síti je zakreslen obdélník, který je rozdělen na 5 trojúhelníků a tmavý obrazec.
 Trojúhelníky jsou označeny písmeny A až E.



Vrcholy všech útvarů leží v mřížových bodech.

(CZVV)

max. 4 body

10 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (10.1–10.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

10.1 Obsahy trojúhelníků A, C jsou stejné.

A	N
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

10.2 Obsah celého obdélníku je 12krát větší než obsah trojúhelníku D.

<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-------------------------------------	--------------------------

10.3 Obsah tmavého obrazce je větší než 24 cm².

<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
--------------------------	-------------------------------------

$$\begin{aligned} \underline{10.1.} \quad S_A &= \frac{2 \cdot 6}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2 \\ S_C &= \frac{2 \cdot 6}{2} = \frac{12 \cdot 2}{2} = 12 \text{ cm}^2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} S_A \\ S_C \end{aligned}} \right\} S_A = S_C = \text{ANO}$$

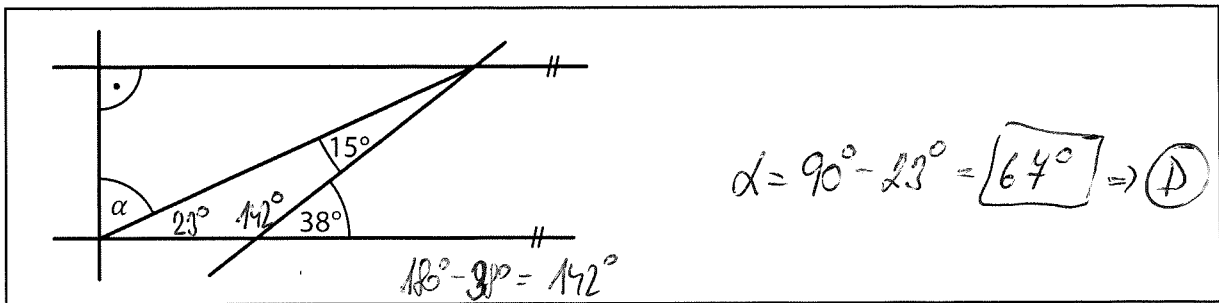
$$\underline{10.2.} \quad \begin{aligned} S_D &= \frac{2 \cdot 6}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2 \\ S_{\square} &= 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} S_D \\ S_{\square} \end{aligned}} \right\} 72 : 6 = 12 \Rightarrow \text{ANO}$$

$$\underline{10.3.} \quad S = \frac{12 \cdot 6}{2} - S_D - S_E = 36 - 6 - \frac{6 \cdot 2}{2} = 36 - 6 - 6 = 24 \text{ cm}^2$$

↓
oběh pobvy obdéhiku

↓
NE

VÝCHOZÍ OBRAZEK K ÚLOZE 11



(CZVV)

$$180^\circ - 90^\circ = 142^\circ$$

$$180^\circ - 142^\circ - 15^\circ = 23^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - 23^\circ = \boxed{67^\circ} \Rightarrow \textcircled{D}$$

2 body

11 Jaká je velikost úhlu α ?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočtěte.

- A) menší než 53°
- B) 53°
- C) 63°
- D) 67°
- E) větší než 67°

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Do prázdného klobouku jsme vysypali červené a zelené kuličky, zelených bylo o 6 více než červených. Pak jsme z klobouku vytáhli třetinu všech červených a třetinu všech zelených kuliček. V klobouku tak ubylo 12 kuliček.

(CZVV)

2 body

12 Kolik červených kuliček v klobouku zbylo?

- A) 5
- B) 10
- C) 12
- D) 15
- E) jiný počet

červených ... x ... 15
zelených ... $x+6$... 21

Vytahované kuličky: $\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}(x+6) = 12 \quad | \cdot 3$

$$x + x + 6 = 36$$

$$2x = 30$$

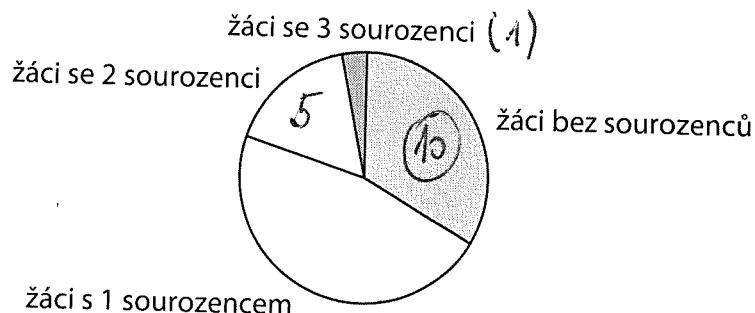
$$\boxed{x = 15}$$

červených kuliček zbylo $\frac{2}{3} \cdot 15 = \frac{15 \cdot 2}{3} = \boxed{10}$
($\frac{1}{3}$ jsme vytáhli; $\frac{2}{3}$ zbylo)

B

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOHAM 13-14

V grafu jsou všichni žáci třídy rozděleni podle počtu svých sourozenců do čtyř skupin.



Ve třídě je celkem **30 žáků** a s nimi do třídy nechodí žádný z jejich sourozenců.

Pouze jeden žák má 3 sourozence.

Skupina žáků se 2 sourozenci tvoří šestinou žáků třídy. $\frac{1}{6} \cdot 30 = 5$

Žáků, kteří mají nějakého sourozence (jednoho, dva, nebo tři), je dvakrát více než těch, kteří žádného sourozence nemají.

(CZV)

13 Kolik žáků třídy nemá žádného sourozence?

2 body

- A) 8
- B) 10
- C) 11
- D) 12
- E) 15

$$30 - 5 - 1 = 24$$

Nemají sourozence	...	x	...	10
Mají	...	2x	...	20

$$x + 2x = 30$$

$$3x = 30$$

$$\boxed{x = 10} \Rightarrow \textcircled{B}$$

1 sourozence mají $30 - 1 - 5 - 10 = \boxed{14}$ žáků

14 Kolik sourozenců mají dohromady všichni žáci třídy?

2 body

- A) 27
- B) 28
- C) 29
- D) 30
- E) jiný počet

$$1 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 14 \cdot 1 + 10 \cdot 0 =$$

$$= 3 + 10 + 14 + 0 =$$

$$= \boxed{27} \Rightarrow \textcircled{A}$$

max. 6 bodů

15 Přiháďte ke každé úloze (15.1–15.3) odpovídající výsledek (A–F).

15.1 Z přednášky na dvě a půl hodiny zbývá ještě 60 minut do konce.

Kolik procent přednášky již uběhlo?

C

15.2 Z času na test uběhlo teprve 27 minut a zbývá ještě 63 minut.

Kolik procent času na test ještě zbývá?

E

15.3 Všichni tři členové družstva se bez prodlev **vystřídali** při plnění soutěžního úkolu. První člen vyčerpal 30 % celkového soutěžního času, druhý potřeboval ještě o 10 minut více než první a na třetího zbylo už jen 10 minut.

Kolik procent celkového soutěžního času potřeboval druhý člen?

A

A) 50 %

B) 55 %

C) 60 %

D) 65 %

E) 70 %

F) jiný počet procent

15.1.

$$\begin{array}{l} 2,5h = 150 \text{ min} \dots 100\% \uparrow \\ \quad \quad \quad \uparrow 60 \text{ min} \dots X\% \uparrow \end{array}$$

$$X = \frac{60 \cdot 100}{150} = 600 : 15 = 40\% \Rightarrow \text{uběhlo } 100\% - 40\% = 60\%$$

C

15.2.

$$\begin{array}{l} \uparrow 100\% \dots 90 \text{ min} \uparrow \\ \quad \quad \quad \uparrow X\% \dots 63 \text{ min} \uparrow \end{array}$$

$$X = \frac{63 \cdot 100}{90} = \boxed{70\%} \Rightarrow E$$

15.3.

30% celkového času ... $0,3x$

$$0,3x + 0,3x + 10 + 10 = x$$

$$0,6x + 20 = x$$

$$20 = 0,4x$$

$$\boxed{x = 50 \text{ minut}}$$

1. člen ... $0,3x = 0,3 \cdot 50 = 15 \text{ minut}$

2. člen ... $0,3x + 10 = 25 \text{ minut}$

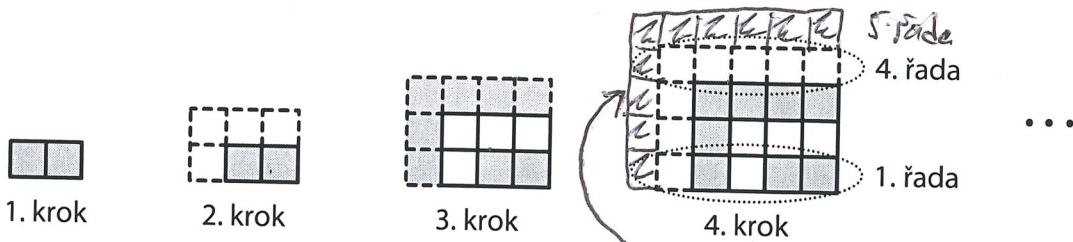
3. člen ... 10 minut

2. člen ... 25 min + 50 minut \Rightarrow

$$\boxed{= 75\% \Rightarrow A}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRAZEK K ÚLOZE 16

Obkladač vytváří obdélníkovou mozaiku z šedých a bílých čtvercových dlaždic stejné velikosti.



V 1. kroku položil vedle sebe dvě šedé dlaždice.
 Ve 2. kroku dlaždice obklopil zleva a shora jednou vrstvou bílých dlaždic.
 Ve 3. kroku sestavenou část obklopil zleva a shora jednou vrstvou šedých dlaždic a ve 4. kroku zleva a shora jednou vrstvou bílých dlaždic.
 (Každá přidaná vrstva má tvar L a poslední z nich je vždy vyznačena čárkovaně.)
 V následujících krocích se stejným způsobem přidává střídavě vrstva šedých a vrstva bílých dlaždic. V **dokončené mozaice** bude **20 řad** dlaždic.

(CZVV)

16 Určete,

max. 4 body

16.1 v kolikátém kroku přidá obkladač k mozaice 18 dlaždic,

1. krok	..	pridáme	2		
2. krok	..	-11	4	...	$2 \cdot 2 = 4$
3. krok	..	-11	6	...	$3 \cdot 2 = 6$
4. krok	..	-11	8	...	$4 \cdot 2 = 8$
9. krok	..	-11	18	...	$9 \cdot 2 = 18$

v 9. kroku

16.2 kolik dlaždic dohromady bude obsahovat dokončená mozaika (s 20 řadami),

1. řádek	..	2	1	(stejně x řádek)	m -tí řádek .. $(m+1) \cdot m$
2. řádek	..	3	2		
3. řádek	..	4	3		
4. řádek	..	5	4		

\Rightarrow 20. řádek : $21 \cdot 20 = 420$ dlaždic

16.3 kolik **šedých** dlaždic bude v dokončené mozaice (s 20 řadami) v 11. řadě zdola.

1. řádek	..	2	řadě dlaždic	pridáme
3. řádek	..	4	-11	pridáme
5. řádek	..	6	-11	dlaždic pridáme
...				
11. řádek	..	12	-11	pridáme

V každé liché dokm krok přibude v 11. řadě 1 šedá dlaždice \Rightarrow
 \Rightarrow 1 dlaždice přibude ještě v 13., 15., 17. a 19. kroku (celkem 4)

Výsledek : $12 + 4 = 16$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.