Řešení - Didaktický test č. 4 → Didaktis 2020

1) Maruška - $2 \cdot 15 = 30$

- přečetla $\frac{3}{5}$ z 30 $= \frac{3}{5} \cdot 30 = \boxed{18}$

2) $(x+2)^2 - (x+2)(x-2) = x^2+4x+4-(x^2-4) = \cancel{x^2}+4x+4-\cancel{x^2}+4 = 4x+8$

Doplníme $\boxed{4}x + \boxed{8}$

3) a) $\left[\frac{(1-2)^2}{(1+2)^2} - 1\right] : \left(\frac{1}{4} - 4\right) = \left[\frac{1}{9} - 1\right] : \left[-\frac{15}{4}\right] = -\frac{8}{9} \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) =$

$= \boxed{\frac{32}{135}}$

b) $\frac{\cancel{3} \cdot \frac{2}{\cancel{3}}}{3+\frac{2}{3}} + \frac{5}{11} - \left(\frac{3}{5} - \frac{\cancel{12}^{3}}{\cancel{20}_{5}}\right) \cdot \frac{123}{456} = \frac{2}{\frac{11}{3}} + \frac{5}{11} - 0 \cdot \frac{123}{456} = \frac{6}{11} + \frac{5}{11} - 0 =$

$= \frac{11}{11} = \boxed{1}$

4) a) $\left(3m - \sqrt{25-9}\right) \cdot \left(3m + \sqrt{11+4+1}\right) = (3m-4)(3m+4) = \boxed{9m^2-16}$

b) $(\sqrt{30} - 4) \cdot (\sqrt{30} + 4) = 30 - 16 = \boxed{14}$

5) a) $\frac{7x}{4} - 3 = 4 \cdot \frac{x+1}{5} \quad / \cdot 20$

$\frac{4(x+1)}{5}$

$5 \cdot 7x - 60 = 16(x+1)$

$35x - 60 = 16x + 16$

$19x = 76$

$\boxed{x = 4}$

b) $7 \cdot \frac{x+2}{3} = x + 8\frac{2}{3}$

$\frac{7x+14}{3} = x + \frac{26}{3} \quad / \cdot 3$

$7x + 14 = 3x + 26$

$4x = 12$

$\boxed{x = 3}$

6) Kopanou ... hrají $\frac{2}{3}$ chlapců

nehrají $\frac{1}{3}$ chlapců

Děvčat ... 2x více jak $\frac{1}{3}$ chlapců, kteří nehrají fotbal

Celkem ... 95 dětí

→

Pokračování příkladu 6: Chlapci ... x – kteří mají $\frac{2}{3}x$ ... $\boxed{38}$

– " nemají $\frac{1}{3}x$ ... $\boxed{19}$

Dívčí ... $2 \cdot \frac{1}{3}x = \frac{2}{3}x$ ... $\boxed{38}$

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}x = 95 \quad /\cdot 3$$
$$5x = 285$$
$$\boxed{x = 57}$$

6.1. $57 : 38 = \boxed{3:2}$

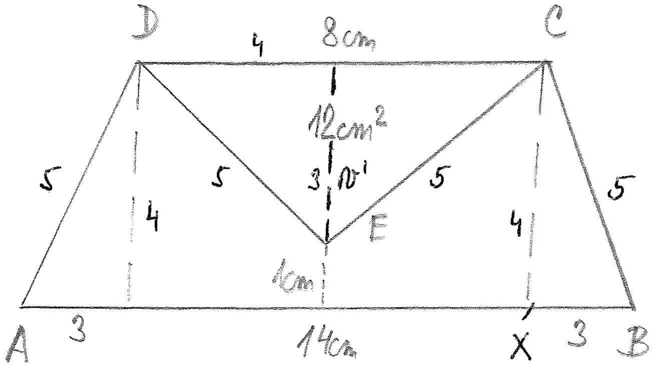
6.2. $38 - 19 = \boxed{19}$ ... o 19 lidí více

6.3. $100\% \ldots 95$

$x\% \ldots 38$

$$x = \frac{38 \cdot 100}{95} = \boxed{40\%}$$

7)



– $S_{\triangle CDE} = 12 = \frac{8 \cdot v'}{2} \Rightarrow \boxed{v' = 3cm}$

– $v(\text{lichoběžníku}) = v' + 1 = 3 + 1 = 4cm$

– $|CB| = \sqrt{|CX|^2 + |XB|^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5cm$

– $|CE| = |DE| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5cm$

7.1: $S_{ABCED} = S_{\text{lichoběžník}} - S_{\triangle} = \frac{(14+8) \cdot 4}{2} - 12 = 44 - 12 = \boxed{32cm^2}$

7.2. $O_{ABCED} = 14 + 5 + 5 + 5 + 5 = \boxed{34cm}$ $\quad O = 34cm$

8) a) $223°57' : 3 =$

$= 222°117' : 3 = \boxed{74°39'}$

b) $0{,}05t = 50\,kg$; $500g = 0{,}5kg$

$50 - 3 \cdot 15 - 2 \cdot 0{,}5 = 50 - 45 - 1 = \boxed{4kg}$

c) Obdélník: $a = 4m$; $b = 5{,}25m$

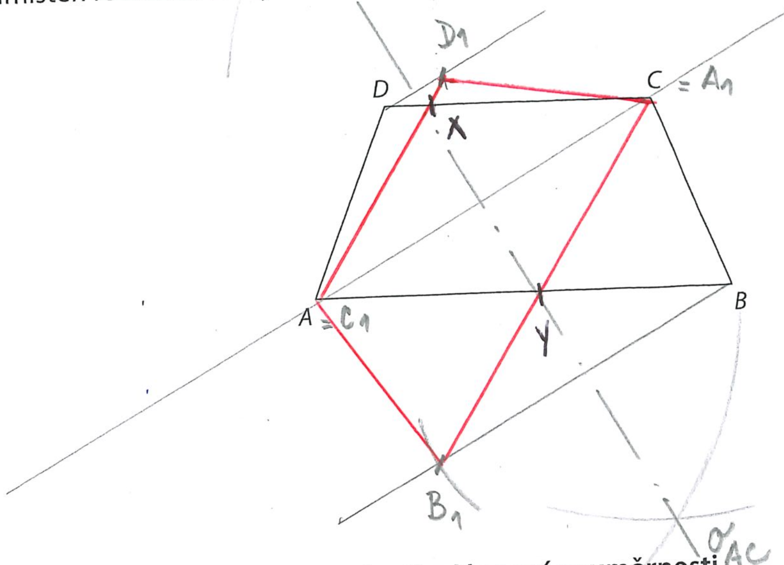
$S_{\text{obdélník}} = 4 \cdot 5{,}25\,m^2 = 21\,m^2$

$S_{\square} = 4^2 = 16\,m^2$

$S_{\text{obdélník}} - S_{\square} = 21 - 16 = \boxed{5\,m^2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině je umístěn rovnoramenný lichoběžník *ABCD*.



/Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 2 body**

9 **Sestrojte osu úhlopříčky *AC* a označte ji *o*. V osové souměrnosti sestrojte obraz lichoběžníku *ABCD*. Obraz bodu *A* označte A_1, obraz bodu *B* označte B_1, obraz bodu *C* označte C_1 a obraz bodu *D* označte D_1. Najděte samodružné body a označte je *X*, *Y*.**

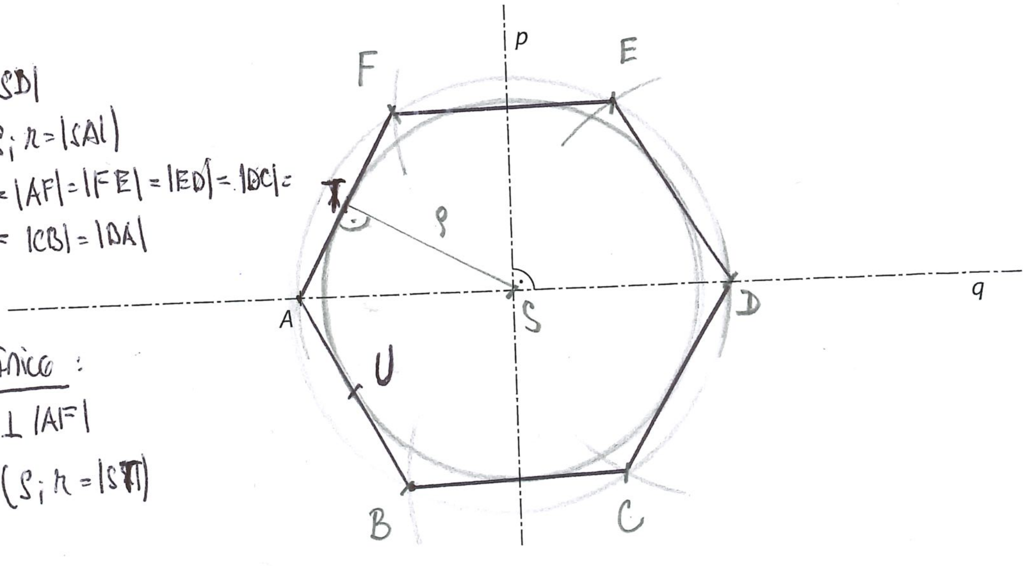
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží navzájem kolmé přímky *p*, *q* a na přímce *q* leží bod *A*.

1) $|AS| = |SD|$
2) $k; k(S; r = |SA|)$
$r = |SA| = |AF| = |FE| = |ED| = |DC| =$
$= |CB| = |BA|$

Vepsaná kružnice:
$|ST| \perp |AF|$
$\rho; \rho(S; r = |ST|)$



/Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 3 bo**

10 **Bod *A* je vrcholem pravidelného šestiúhelníku *ABCDEF*. Přímky *p*, *q* jsou osami souměrnosti šestiúhelníku *ABCDEF*.**

10.1 Sestrojte chybějící vrcholy *B*, *C*, *D*, *E*, *F* šestiúhelníku *ABCDEF* a šestiúhelník narýsujte.

10.2 Sestrojte kružnici vepsanou šestiúhelníku *ABCDEF*, označte ji *k* a její střed označte *S*.

10.3 Bodu *A* nejbližší body dotyku kružnice *k* se stranami šestiúhelníku *ABCDEF* označte *T*, *U*.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

11)

Po	$\frac{1}{5}x$	
Út	$\frac{1}{5}x + 7$	$\Big\}\ x - \frac{1}{5}x - \frac{1}{5}x - 7 = \frac{3}{5}x - 7$
St	$\frac{1}{5}\left(\frac{3}{5}x - 7\right) = \frac{3}{25}x - \frac{7}{5}$	$\rightarrow$ zůstalo ještě $x - \left(\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}x + 7 + \frac{3}{25}x - \frac{7}{5}\right) =$
Čt	$\frac{12}{50}x - \frac{28}{10}$	$= x - \frac{13}{25}x - \frac{28}{5} = \frac{12}{25}x - \frac{28}{5}$
Pá	26	
Celkem	x	

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{5}x + 7 + \frac{3}{25}x - \frac{7}{5} + \frac{12}{50}x - \frac{28}{10} + 26 = x \quad / \cdot 50$$

$$10x + 10x + 350 + 6x - 70 + 12x - 140 + 1300 = 50x$$

$$38x + 1440 = 50x$$

$$12x = 1440$$

$$\boxed{x = 120}$$

$\boxed{11.1}$ $x = 120$ km, nikoliv 150 km $\Rightarrow$ NE

$\boxed{11.2}$ $\frac{1}{5}x + 7 = 24 + 7 = 31$; $\frac{1}{4}$ z 120 = 30 km; $31 > 30 \Rightarrow$ ANO

$\boxed{11.3}$ St: $\frac{3}{25} \cdot 120 - \frac{7}{5} = \frac{360}{25} - \frac{35}{25} = \frac{325}{25} = 13$ km

Čt: $\frac{12}{50} \cdot 120 - \frac{28}{10} = \frac{144}{5} - \frac{28}{10} = \frac{260}{10} = 26$ km

$\Big\}\ 26 : 13 = 2 \Rightarrow$ ANO

12) $140° + \alpha + \alpha = 180°$

$2\alpha = 40°$

$\alpha = 20°$

$|\sphericalangle ECD| = |FBE| = 20°$ - souhlasné úhly

$|\sphericalangle AFB| = |\sphericalangle FBE| = 20°$ - střídavé úhly

$\Downarrow$

B

13) $V = S_p \cdot v^{=8}$

$S_p = S_\Delta - S_O = \frac{6 \cdot 8}{2} - \frac{3{,}14 \cdot 2{,}5^2}{2} = 24 - \frac{19{,}625}{2} = 24 - 9{,}8125 =$

$= 14{,}1875\ cm^2 \doteq 14{,}2\ cm^2$

$d = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5cm$

$d = 2r = \cancel{10}\ 5cm \Rightarrow r = 2{,}5cm$

$V \doteq 14{,}2 \cdot 8 = 113{,}6\ cm^3 \doteq \boxed{110\ cm^3} \Rightarrow$ B

14) Emil vedle Davida
David vedle Blanky } David bude mezi Emilem a Blankou => E D B
B D E

Adéla nechce mít sedadlo č. 15 (sedět na kraji) => bude sedět na druhém kraji (č. 18) => $\boxed{\text{2 možnosti}}$ →

15	16	17	18
E	D	B	A
B	D	E	A

⇓

C

15) a) Počet všech otázek .. x

5 nestihla ..... zůstalo $x-5$

Z vypočtených měla $\frac{1}{4}$ špatně => $\frac{1}{4}(x-5)$ => měla dobře $x-5-\frac{1}{4}(x-5)$ → je to 60%

$$\Rightarrow \quad x-5-\frac{1}{4}(x-5) = 0{,}6x \quad /\cdot 4$$
$$4x-20-x+5 = 2{,}4x$$
$$3x-15 = 2{,}4x$$
$$0{,}6x = 15$$
$$x = 15:0{,}6 = 150:6 = \boxed{25} \Rightarrow B$$

b) $\frac{1}{5}$ původní ceny = 20% původní ceny => sleva o 100 − 20 = 80% => E

c) 40% z 270 = 0,4 · 270 = 108 voličů, kteří hlasovali

1 + 3 + 5 = 9 dílků ... 108 voličů

1 dílek ... 108 : 9 = 12 voličů

5 dílků ... 12 · 5 = $\boxed{\text{60 voličů}}$ => C

16) a) výška trojúhelníku: $v^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow \boxed{v = 4\,cm}$

Vrstvy trojúhelníků:

1	1△
3 1	4△
5 3 1	9△
7 5 3 1	16△
9 7 5 3 1	25△

$\boxed{\text{max } 30\triangle}$ → $\boxed{9\ 7\ 5\ 3\ 1 \quad 25\triangle}$

$O = 5\cdot 6 + 5\cdot 5 + 5\cdot 5 = \boxed{80\,cm}$

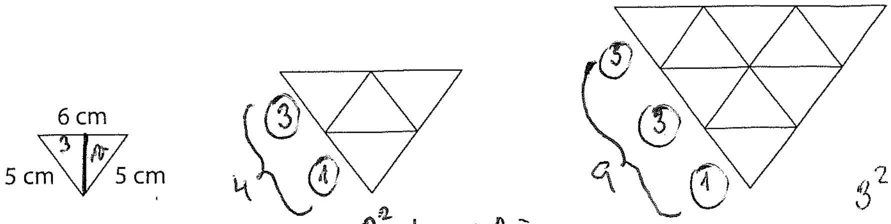
b) Při využití všech trojúhelníků jich využijeme $49 = 7^2$ ($8^2 = 64 > 60$)

$$S = 49\cdot\frac{z\cdot v}{2} = 49\cdot\frac{6\cdot 4}{2} = 49\cdot 12 = \boxed{588\,cm^2}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

V dětské stavebnici je základním tvarem rovnoramenný trojúhelník se základnou délky 6 cm a rameny dlouhými 5 cm. Leoš se rozhodl sestavit větší rovnoramenné trojúhelníky skládáním základních tvarů tak, jak je uvedeno na obrázku.

V krabici je celkem 15 zelených, 15 žlutých, 15 modrých a 15 červených základních trojúhelníků.



$2^2 = 4\triangle \rightarrow 2$ řady

$3^2 = 9\triangle \rightarrow 3$ řady

$v^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$v = \sqrt{16} = 4$ cm

16 /Nestandardní úlohy, s. 58/ **max. 4 body**

16.1 **Vypočtěte v cm obvod největšího rovnoramenného trojúhelníku, který Leoš mohl sestavit ze základních dílů z krabice s využitím nejvýše dvou barev.**

16.2 **Vypočtěte v cm^2 obsah největšího rovnoramenného trojúhelníku, který Leoš mohl sestavit ze základních dílů z krabice (nezávisle na jejich barvě).**

16.1. Vrstvy trojúhelník :

$1\triangle \rightarrow 1^2 = 1 \rightarrow$ 1

$4 \rightarrow 2^2 = 4 \rightarrow$ 1
3 1 → rozměry na obvodu (2)

$9 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow$ 1 . . . .
3 1
5 3 1 → horní řada – 5△
prostřední → 3△
dolní řada → 1△

$16 \rightarrow 4^2 = 16 \rightarrow$ 1
3 1
5 3 1
7 5 3 1 – rozměry na obvodu (4)

$25 \rightarrow 5^2 = 25 \rightarrow$ 1
3 1
5 3 1
7 5 3 1
9 7 5 3 1 – rozměry na obvodu (5)

Max 30△ ⇒ bude jen 25 (v další řadě 36>30)

$O = 5\cdot 6 + 5\cdot 5 + 5\cdot 5 =$

$= 30 + 25 + 25 = \boxed{80\,cm}$

16.2. $7^2 = 49\triangle$ ✓

$8^2 = 64\triangle \rightarrow$ X

Máme tady (49△) ⇒

$\Rightarrow S = 49 \cdot S_\triangle$

$S = 49 \cdot \frac{6\cdot 4}{2}\,cm^2$

$S = 49 \cdot 12\,cm^2$

$\boxed{S = 588\,cm^2}$