

1. Určete všechna kladná dvojciferná čísla menší než 50, která jsou společným násobkem čísel 2, 6 a 8.

/Operace s čísly, s. 12/ 1 bod

$$m(2,6,8) = 24 \Rightarrow \boxed{24; 48}$$

2. Vypočítejte:

/Operace s čísly, s. 12/ max. 2 body

$$2.1 \quad \frac{\sqrt{0,36}}{2,5} : \frac{3,6}{\sqrt{0,25}} = \frac{0,6}{2,5} : \frac{3,6}{0,5} = \frac{0,6}{2,5} \cdot \frac{0,5}{3,6} = \frac{6}{25} \cdot \frac{5}{36} = \boxed{\frac{1}{30}}$$

$$2.2 \quad \underbrace{(1,25 : 12,5)^2}_{0,1} - (-0,4 \cdot 0,2) = 0,1^2 - (-0,08) = 0,01 + 0,08 = \boxed{0,09}$$

3. Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru:

/Operace s čísly, s. 12/ max. 4 body

$$3.1 \quad \frac{(-2) \cdot (5^2 - 4^2)}{(-3)^2 + 5^2 + 2} = \frac{-2(25-16)}{9+25+2} = \frac{-2 \cdot 9}{36} = \frac{-18}{36} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

$$3.2 \quad \frac{-\frac{14}{10^2} + \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2}{\sqrt{\frac{9}{4}}} = \frac{-\frac{14}{100} + \frac{16}{25} - \frac{1}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{-14+64-25}{100}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{25}{100}}{\frac{3}{2}} = \frac{25}{100} \cdot \frac{2}{3} = \frac{25 \cdot 2}{300} = \frac{2}{12} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

4. Zjednodušte:

/Operace s algebraickými výrazy, s. 16/ max. 4 body

(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky ani zlomky.)

$$4.1 \quad 2 \cdot (n-3)^2 - (2-n)^2 \cdot 3 = 2(m^2-6m+9) - 3(4-4m+m^2) = 2m^2-12m+18-12+12m-3m^2 = \boxed{-m^2+6}$$

$$4.2 \quad (2-5x)^2 = \boxed{4-20x+25x^2}$$

$$4.3 \quad \frac{1}{3} \cdot (n-6) \cdot (n+3) - \frac{n}{3} \cdot n - (-2n) = \frac{(m-6) \cdot (m+3)}{3} - \frac{m^2}{3} + 2m = \frac{m^2+3m-6m-18-m^2+6m}{3} = \frac{3m-18}{3} = \boxed{m-6}$$

V záznamovém archu uveďte pouze v podúloze 4.3 celý postup řešení.

5. Řešte rovnici:

/Lineární rovnice, s. 19/

$$5.1 \quad 2 - \frac{5}{6}x = \frac{2}{3}x - 2,5$$

$$5.2 \quad \frac{8-x}{2} - \frac{3 \cdot (x+6)}{4} = 2x - 6 \cdot (x+x+3)$$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapísejte).

$$\begin{aligned} 5.1. \quad 2 - \frac{5}{6}x &= \frac{2}{3}x - 2,5 \quad | \cdot 6 \\ 12 - 5x &= 4x - 15 \\ -9x &= -24 \\ \boxed{x} &= \boxed{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5.2. \quad \frac{8-x}{2} - \frac{3 \cdot (x+6)}{4} &= 2x - 6(2x+3) \quad | \cdot 4 \\ 16 - 2x - 3x - 18 &= 8x - 48x - 72 \\ -5x - 2 &= -40x - 72 \\ 35x &= -70 \\ \boxed{x} &= \boxed{-2} \end{aligned}$$

6)  $\frac{3}{4}$  objemu vody ...  $2,96 - 1,46 = 1,5 \text{ kg}$   
 $\frac{1}{4}$  objemu vody ...  $x \text{ kg}$

$$\frac{x}{1,5} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

$x = \frac{1}{3} \cdot 1,5 = 0,5 \text{ kg}$  - prírodná mražka vody v nádobě

6.1.  $x + m = 2,96$   
 $\frac{1}{4}x + m = 1,46$  |  $\ominus$

$$\frac{3}{4}x = 1,5$$

$$x = 2 \text{ kg} \Rightarrow m = 2,96 - 2 = 0,96 \text{ kg}$$

6.2.  $x = 2 \text{ kg}$

6.3.  $1 \text{ kg} \equiv 1 \text{ l} \Rightarrow 4,46 \text{ kg} - 0,96 \text{ kg} = 3,5 \text{ kg} = 3,5 \text{ l}$

7) 1 cm na mape ...  $50 \text{ 000 cm} = 0,5 \text{ km}$

a) 16 cm na mape ...  $16 \cdot 0,5 = 8 \text{ km}$

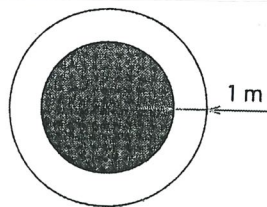
b)  $\frac{12 \text{ minut}}{x \text{ minut}} = \frac{1 \text{ m}}{8 \text{ km}}$

$$x = 8 \cdot 12 = 96 \text{ minut} = 1 \text{ h } 36 \text{ minut}$$

8)  $S_1 = 25\pi \text{ m}^2 = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 25$   
 $r = 5 \text{ m}$

$$S_2 = \pi(5+1)^2 = 36\pi \text{ m}^2$$

8.1.  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{6} = 5:6$



8.2.  $S = S_2 - S_1$

$$S = 36\pi - 25\pi = 11\pi$$

$$S = 11 \cdot 3,14 = 34,54 \text{ m}^2$$

$$S \approx 35 \text{ m}^2$$

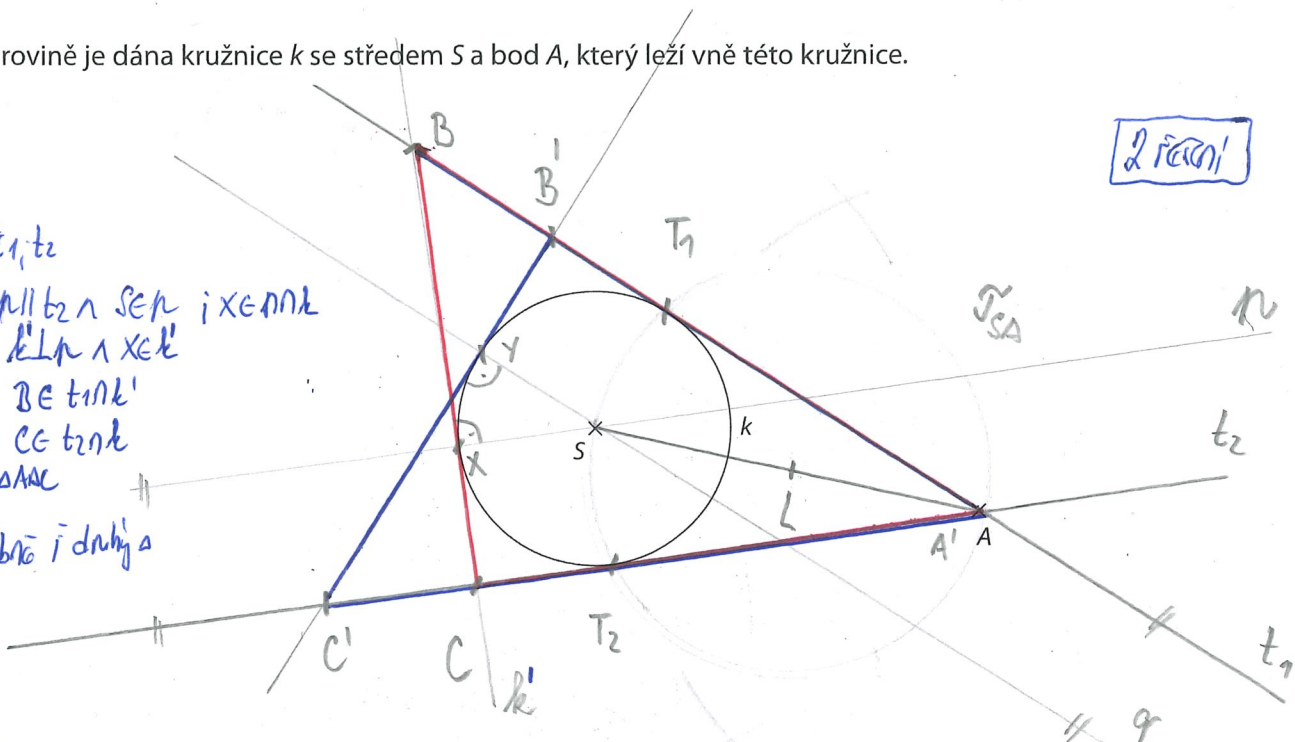
$$\begin{array}{r} 3,14 \\ \cdot 11 \\ \hline 314 \\ 314 \\ \hline 3454 \end{array}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině je dána kružnice  $k$  se středem  $S$  a bod  $A$ , který leží vně této kružnice.

2 řešení

- 1)  $t_1, t_2$
  - 2)  $ML \perp n$   $SE \perp k$   $XE \perp n \perp k$
  - 3)  $KL \perp n$   $XE \perp k$
  - 4)  $BE \perp k'$
  - 5)  $CE \perp k'$
  - 6)  $\triangle AAC$
- Obdobně i druhý a



9 Kružnice  $k$  je kružnicí vepsanou trojúhelníku  $ABC$ . Bod  $A$  je vrcholem pravoúhlého trojúhelníku  $ABC$  s pravým úhlem při vrcholu  $C$ .

/Konstrukční úlohy, s. 36/ max. 4 body

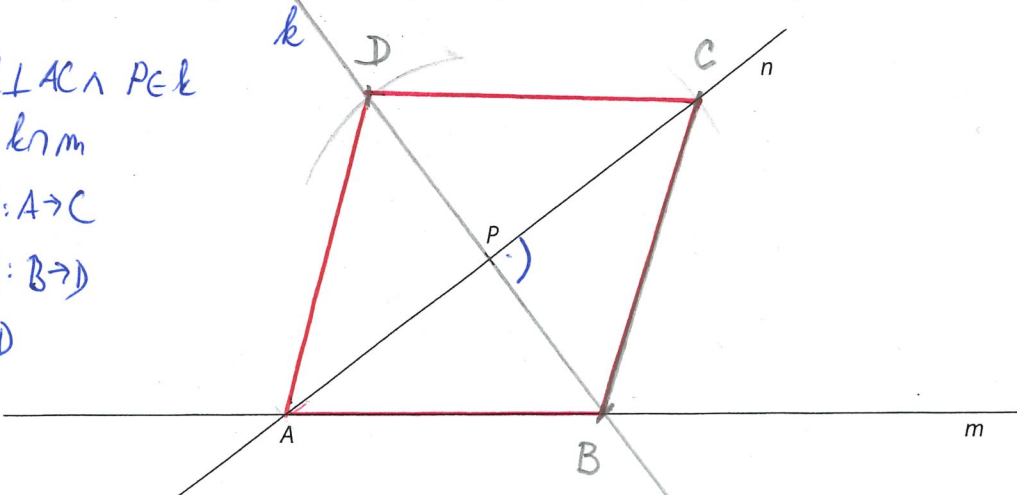
- 9.1 Sestrojte tečny  $t_1, t_2$  ke kružnici  $k$ , které procházejí bodem  $A$ . Body dotyku označte  $T_1, T_2$ .
- 9.2 Sestrojte chybějící vrcholy  $B, C$  trojúhelníku  $ABC$  a trojúhelník narýsujte. Zobrazte všechna řešení.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině jsou dány různoběžky  $m$  a  $n$ , které se protínají v bodě  $A$ . Na přímce  $n$  je dán bod  $P$ .

- 1)  $k; k \perp AC \cap PE \perp k$
- 2)  $B; BE \perp m$
- 3)  $O(k): A \rightarrow C$
- 4)  $O(m): B \rightarrow D$
- 5)  $\square ABCD$



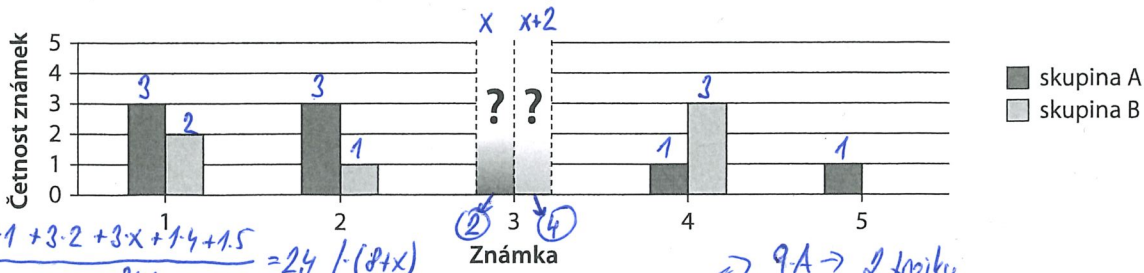
10 Bod  $A$  je vrcholem kosočtverce  $ABCD$  s průsečíkem úhlopříček v bodě  $P$ , vrchol  $B$  leží na přímce  $m$ . Sestrojte chybějící vrcholy  $B, C, D$  kosočtverce  $ABCD$  a kosočtverec narýsujte.

/Konstrukční úlohy, s. 36/ max. 2 body

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

### VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 11

Při testu z matematiky byli žáci 9. třídy rozděleni do dvou skupin A a B. Počet trojek ve skupině B byl o 2 větší než ve skupině A. Průměr známek z testu ve skupině A byl 2,4. Počty jednotlivých známek v obou skupinách udává graf.



11 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

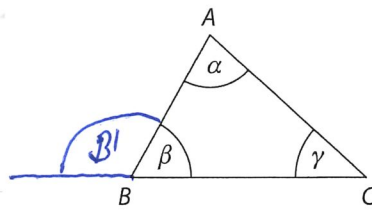
/Práce s daty v grafu, s. 32/ max. 4 body

- |     |  |                                       |                                       |
|-----|--|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1.1 | Celkový počet žáků 9. třídy, kteří dostali trojku, je $x + x + 2 = 2 + 2 + 2 = 6 \Rightarrow$ (NE)   | <input type="checkbox"/> A            | <input checked="" type="checkbox"/> N |
| 1.2 | Průměr známek z testu v 9. třídě byl 2,6. $\bar{x} = \frac{5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{20} = \frac{52}{20} = 2,6 \Rightarrow$ (ANO) | <input checked="" type="checkbox"/> A | <input type="checkbox"/> N            |
| 1.3 | Počet trojek ve skupině B je roven třem. $x + 2 = 2 + 2 = 4 \Rightarrow$ (NE)  | <input type="checkbox"/> A            | <input checked="" type="checkbox"/> N |

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině je dán trojúhelník ABC. Úhel  $\gamma$  je o  $12^\circ$  menší než úhel  $\beta$  a úhel  $\alpha$  je dvakrát větší než úhel  $\gamma$ .

$\alpha \dots 2(x - 12^\circ)$   
 $\beta \dots x$   
 $\gamma \dots x - 12^\circ$   
celkem  $\dots 180^\circ$



$2(x - 12^\circ) + x + x - 12^\circ = 180^\circ$   
 $2x - 24^\circ + 2x - 12^\circ = 180^\circ$   
 $4x = 216^\circ$   
 $x = 54^\circ$

$\beta' = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$   
 D

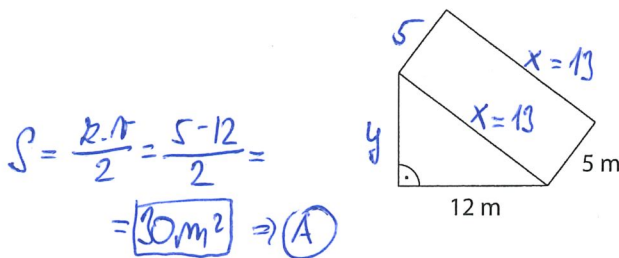
12 Jaká je velikost vnějšího úhlu u vrcholu B? (Velikost úhlu neměřte, ale vypočítejte.)

/Úhly, s. 46/ 2 body

- A)  $42^\circ$       B)  $54^\circ$       C)  $84^\circ$        D)  $126^\circ$       E) žádná z uvedených

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Obdélníkový pozemek s obvodem 36 m sousedí jednou stranou s pozemkem ve tvaru pravoúhlého trojúhelníku, jehož jedna odvěsna má délku 12 m.



$S = \frac{2 \cdot A}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ m}^2 \Rightarrow$  (A)

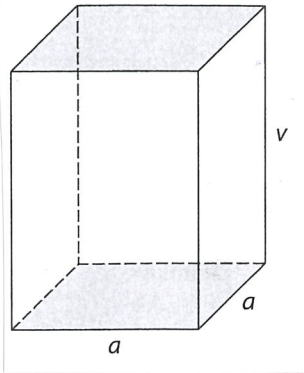
$36 = 2(5 + x)$   
 $18 = 5 + x$   
 $x = 13 \text{ m}$   
 $y^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$   
 $y = 5 \text{ m}$

13 Jaký je obsah trojúhelníkového pozemku?

/Pravoúhlý trojúhelník, s. 41/ 2 body

- A)  $30 \text{ m}^2$       B)  $32,5 \text{ m}^2$       C)  $60 \text{ m}^2$       D)  $65 \text{ m}^2$       E) jiný obsah

14)  $S = 128 \text{ cm}^2$   
 $S_{pl} = 96 \text{ cm}^2$   
 $V = ?$



1)  $S = 2S_p + S_{pl}$   
 $S_p = \frac{S - S_{pl}}{2} = \frac{128 - 96}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ cm}^2$   
 $S_p = a \cdot a = 16 \Rightarrow a = 4 \text{ cm}$

2)  $S_{pl} = 4a \cdot r \Rightarrow r = \frac{S_{pl}}{4a}$   
 $r = \frac{96}{4 \cdot 4} = \frac{96}{16} = 6 \text{ cm}$

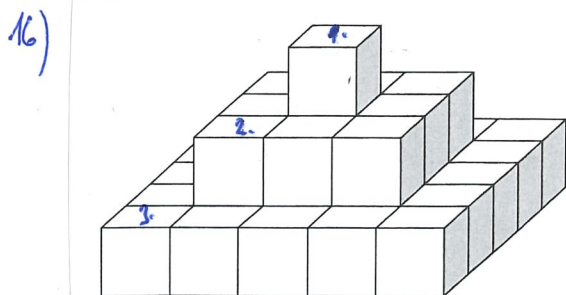
3)  $V = S_p \cdot r$   
 $V = 16 \cdot 6 \text{ cm}^3$   
 $V = 96 \text{ cm}^3 \Rightarrow D$

15) a)  $\begin{array}{ccc} \uparrow 100\% & \dots & 160 \uparrow \\ x\% & \dots & 56 \end{array}$

$x = \frac{56 \cdot 100}{160} = \frac{5600}{160} = 35\% \Rightarrow A$

b) První zdížení ...  $100\% + 20\% = 120\%$   
 Druhé zdížení ...  $120\% + 25\% + 25\% = 120\% + 30\% = 150\% \Rightarrow$  celkové zdížení by  $1050\% \Rightarrow D$

c) 1. den ...  $\frac{1}{5}x \Rightarrow 20\%$   
 2. den ...  $\frac{1}{2} \approx \frac{4}{5}x = \frac{4}{5}x \Rightarrow 40\%$  } Na konci 2. dne utratily děti celkem  $60\% \Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  zůstal jim  $40\% \Rightarrow B$



$V_{kyckle} = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^3$   
 $S_{kyckle} = 6 \cdot 2 \cdot 2 = 24 \text{ cm}^2$   
 Obsah 1 strany ...  $2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}^2$

$16 \cdot 1$

$V = 286 \cdot 8 = 2288 \text{ cm}^3$

$16 \cdot 2$

$\Rightarrow 15^2$   
 Spodní stěna ... 225 čtverečů  
 Svrchní horní stěna ... 225 čtverečů  
 Boční stěny:

$4 \cdot (1+3+5+7+9+11+13+15) = 256 \text{ čtverečů}$

- 1. vrstva - 1 kyckle ( $1^2$ )
- 2. - 4 kyckli ( $2^2$ )
- 3. - 9 kyckli ( $3^2$ )
- 4. - 16 kyckli ( $4^2$ )
- 5. - 25 kyckli ( $5^2$ )
- 6. - 36 kyckli ( $6^2$ )

celkem v 6 vrstvách je 286 kyckli  
 $1+4+9+16+25+36 = 286$

$S = (225 + 225 + 256) \cdot 4 = 2224 \text{ cm}^2$