Řešení – test č. 7 | DIDAKTIS 2020

1) $1{,}5 - \frac{5}{6} = \frac{3}{2} - \frac{5}{6} = \frac{9}{6} - \frac{5}{6} = \frac{4}{6} = \boxed{\frac{2}{3}}$

$1{,}5 : \frac{5}{6} = \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{18}{10} = \boxed{\frac{9}{5}}$

$\frac{9}{5} : \frac{2}{3} = \frac{9}{5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{10} = \boxed{2{,}7x}$

2 Vypočtěte:

2.1 $(2^2 - \sqrt{4})^2 \cdot (4 - \sqrt{25}) = (4-2)^2 \cdot (4-5) = 4 \cdot (-1) = \boxed{-4}$

2.2 $\underbrace{10^2 \cdot 0{,}9}_{90} + 150 : \sqrt{25^2 - \underbrace{10\,000 : 25}_{400}} = 90 + 150 : \sqrt{625 - 400} = 90 + 150 : 15 = 90 + 10 = \boxed{100}$

3 Vypočtěte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru, nebo celým číslem. /Operace s čísly, s. 12/ **max. 4 body**

3.1 $\dfrac{\left(\frac{2}{9} - \frac{5}{6}\right) \cdot \frac{3 \cdot 3^2}{(17-6)}}{1{,}5} = \dfrac{\frac{4-15}{18} \cdot \frac{27}{11}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{\frac{-\cancel{11}}{\cancel{18}_2} \cdot \frac{\cancel{27}^3}{\cancel{11}}}{\frac{3}{2}} = \dfrac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = \boxed{-1}$

3.2 $\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{4}\right) : \left(2{,}5 - \frac{2^2}{3}\right) = \frac{8+7}{28} : \left(\frac{5}{2} - \frac{4}{3}\right) = \frac{15}{28} : \frac{15-8}{6} = \frac{15}{\cancel{28}_{14}} \cdot \frac{\cancel{6}^3}{7} = \boxed{\frac{45}{98}}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

4 Zjednodušte: /Operace s algebraickými výrazy, s. 16/ **max. 4 body**

(Výsledný výraz nesmí obsahovat závorky.)

4.1 $x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x^2+1) + x = x(x^2-1)(x^2+1)+x = x(x^4-1)+x = x^5 - x + x = \boxed{x^5}$

4.2 $4x - \left[9x - (3x+1)^2\right] = 4x - [9x - 9x^2 - 6x - 1] = 4x - 9x + 9x^2 + 6x + 1 = \boxed{9x^2 + x + 1}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení.

5 Řešte rovnici: /Lineární rovnice, s. 19/ **max. 4 body**

5.1 $(m+3) \cdot (m-3) = m \cdot (m-5) + 1$

5.2 $\frac{2}{5} \cdot (m-3) = \frac{2m}{3} + 4\frac{2}{3}$

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý postup řešení (zkoušku nezapisujte).

5.1. $(m+3)(m-3) = m(m-5) + 1$

$\cancel{m^2} - 9 = \cancel{m^2} - 5m + 1$

$5m = 10$

$\boxed{m = 2}$

5.2. $\frac{2}{5}(m-3) = \frac{2m}{3} + 4\frac{2}{3}$

$\frac{2m-6}{5} = \frac{2m}{3} + \frac{14}{3} \quad / \cdot 15$

$6m - 18 = 10m + 70$

$-4m = 88$

$\boxed{m = -22}$

6) 1. rok ..... $\frac{1}{2}x$

2. rok ... $\frac{2}{3}$ z $\frac{1}{2}x = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{3}x$

3. rok ... vysázeno 350 stromů (počet stromů se zvýšil 2,4x)

Původní počet stromů ... x

6.1. $\boxed{\frac{1}{3}x}$

6.2. $1x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{6x - 3x - 2x}{6} = \boxed{\frac{1}{6}x}$

6.3. $\frac{1}{6}x + 350 = 2{,}4 \cdot \frac{1}{6}x \quad / \cdot 6$

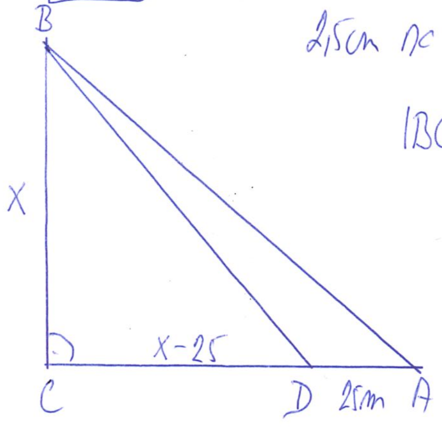
$x + 2100 = 2{,}4x$

$2100 = 1{,}4x$

$x = 2100 : 1{,}4 = 21000 : 14 = \boxed{1500}$

7) $\boxed{|AD|}$: 1 cm na mapě ... 10 m ve skutečnosti

2,5 cm na mapě ... 25 m ve skutečnosti



$|BC| = |CA|$

$S = \frac{|AC| \cdot |CB|}{2}$

$11250 = \frac{x \cdot x}{2} = \frac{x^2}{2}$

$x^2 = 22500$

$\boxed{x = 150\,m}$

7.1. $|BC| = x = \boxed{150\,m}$

7.2. $S = \frac{|AD| \cdot x}{2} = \frac{25 \cdot 150}{2} = 25 \cdot 75\,m^2 = \boxed{1875\,m^2}$

7.3. $11250 : 1875 = \boxed{6x}$

8) a) $\frac{1}{2}$ z $\frac{1}{3}$ z $146° = \frac{1}{6}$ z $146° = \frac{1}{6}$ z $144°120' = \boxed{24°20'}$

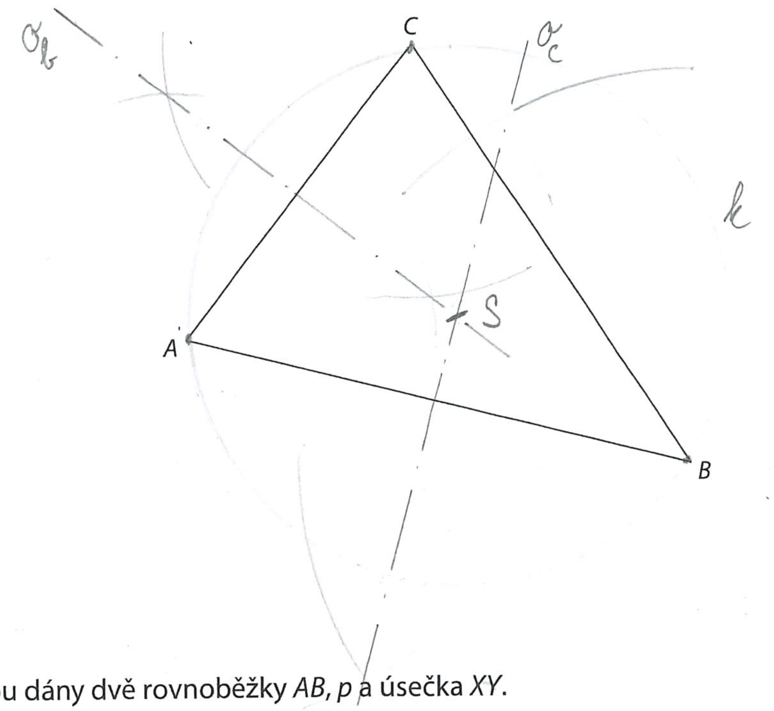
b) $38{,}5 \cdot 10^4\,m = 38{,}5 \cdot 10000\,m = 385\,000\,m = \boxed{385\,km}$

c) $7{,}5\,\frac{m}{s} = 7{,}5 \cdot 3{,}6\,\frac{km}{h} = \boxed{27\,\frac{km}{h}}$

75
· 3,6
450
225
27,00

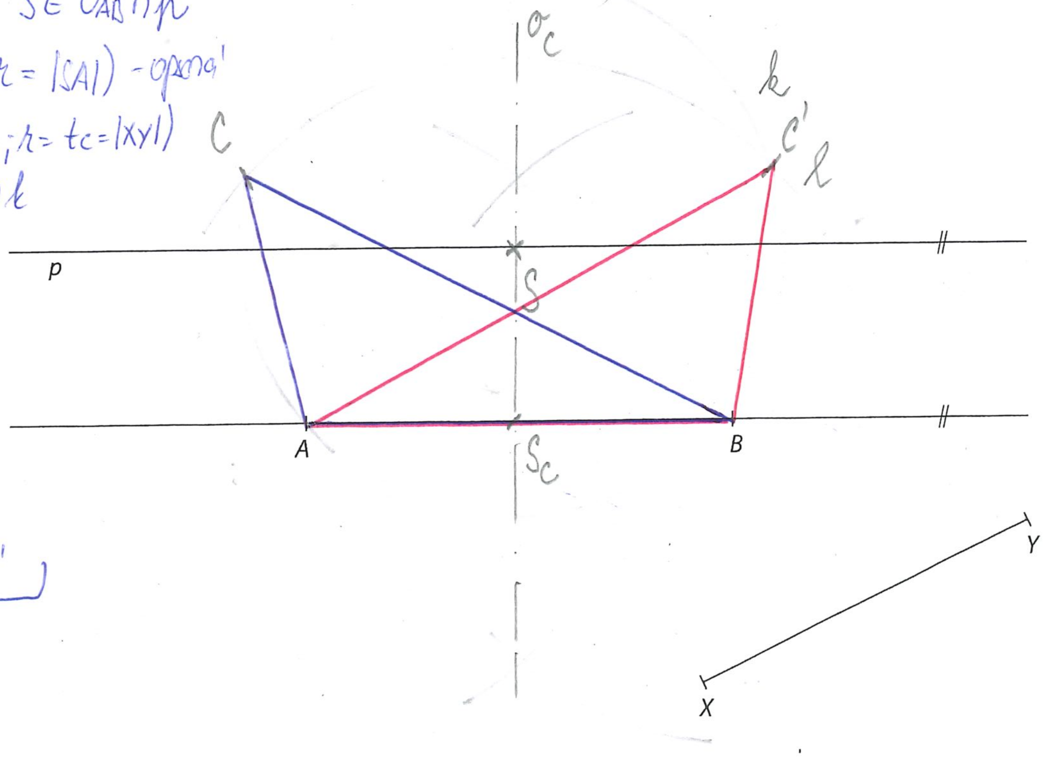
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 9

9.1 V rovině je dán trojúhelník *ABC*.



9.2 V rovině jsou dány dvě rovnoběžky *AB*, *p* a úsečka *XY*.

1) o_{AB} ; $S \in o_{AB} \cap p$
2) $k(S; r = |SA|)$ - opsaná
3) l; $l(S_c; r = t_c = |XY|)$
4) C; $C \in l \cap k$
5) $\triangle ABC$



$\boxed{\text{2 řešení}}$

9 /Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 3 body**

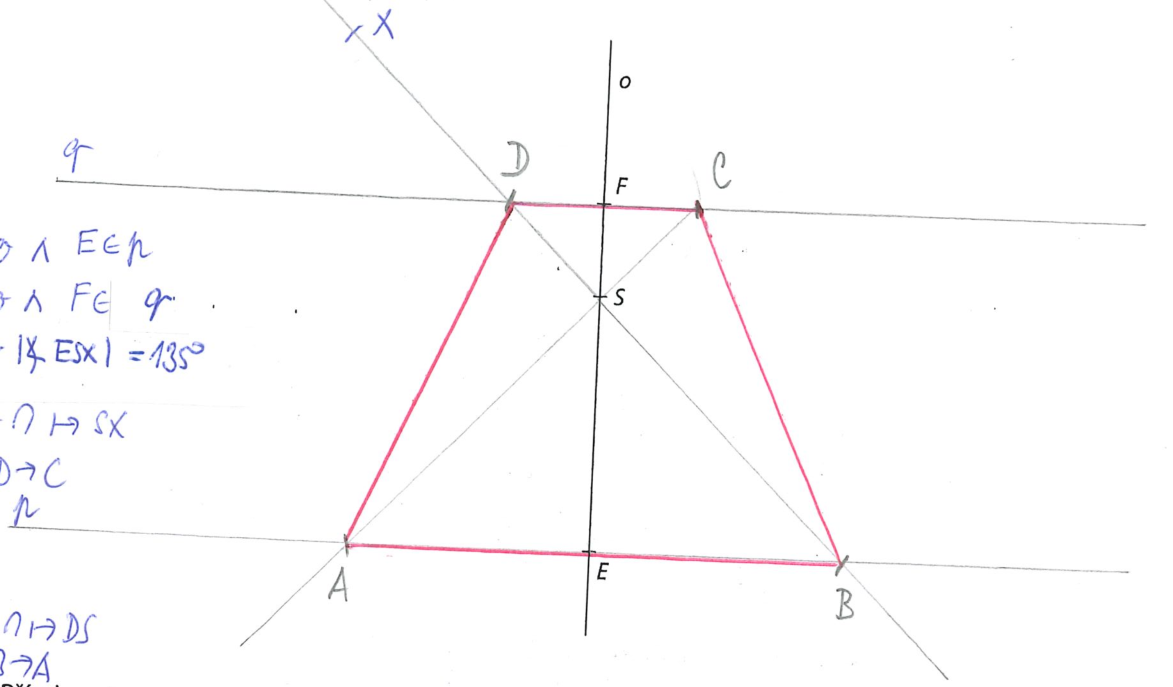
9.1 **Sestrojte kružnici $k(S; r)$ opsanou trojúhelníku *ABC*.**

9.2 **Sestrojte chybějící vrchol *C* trojúhelníku *ABC*, jehož střed *S* kružnice opsané leží na přímce *p* a velikost těžnice t_c na stranu *AB* odpovídá délce úsečky *XY*. Zobrazte všechna řešení.**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka *o* a na ní body *E*, *F*, *S*.



1) p; $p \perp o \wedge E \in p$
q; $q \perp o \wedge F \in q$
2) $\sphericalangle ESX$; $|\sphericalangle ESX| = 135°$
3) D; $D \in q \cap \mapsto SX$
4) $S(F): D \to C$
5) $\mapsto DS$
6) B; $B \in p \cap \mapsto DS$
7) $S(E): B \to A$
8) $\triangle ABCD$

10 Přímka *o* je osou souměrnosti rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* se základnami *AB* a *CD*. Bod *E* je středem základny *AB* a bod *F* je středem základny *CD*. Bod *S* je průsečíkem úhlopříček. Úhel *ESD* má velikost 135°. **Sestrojte chybějící vrcholy *A*, *B*, *C*, *D* rovnoramenného lichoběžníku *ABCD* a lichoběžník narýsujte.**

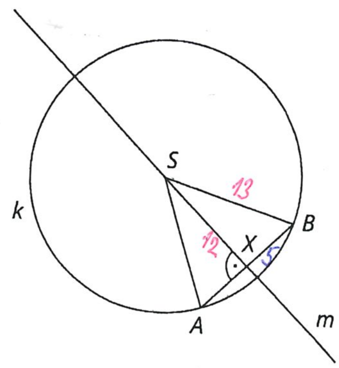
/Konstrukční úlohy, s. 36/ **max. 2 body**

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci propisovací tužkou (čáry i písmena).

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině leží kružnice *k* se středem *S* a poloměrem *r*. Přímka *m* je kolmá na úsečku *AB*, která je tětivou kružnice *k*. Obsah kruhu vymezeného kružnicí *k* je 169π cm². Úsečka *SX* má délku 12 cm.

$S = 169\cancel{\pi} = \cancel{\pi} r^2$
$169 = r^2$
$\boxed{r = 13\,\text{cm}}$



$x^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$
$x = \sqrt{25} = 5\,\text{cm}$
$\boxed{|AB| = 2x = 10\,\text{cm}}$

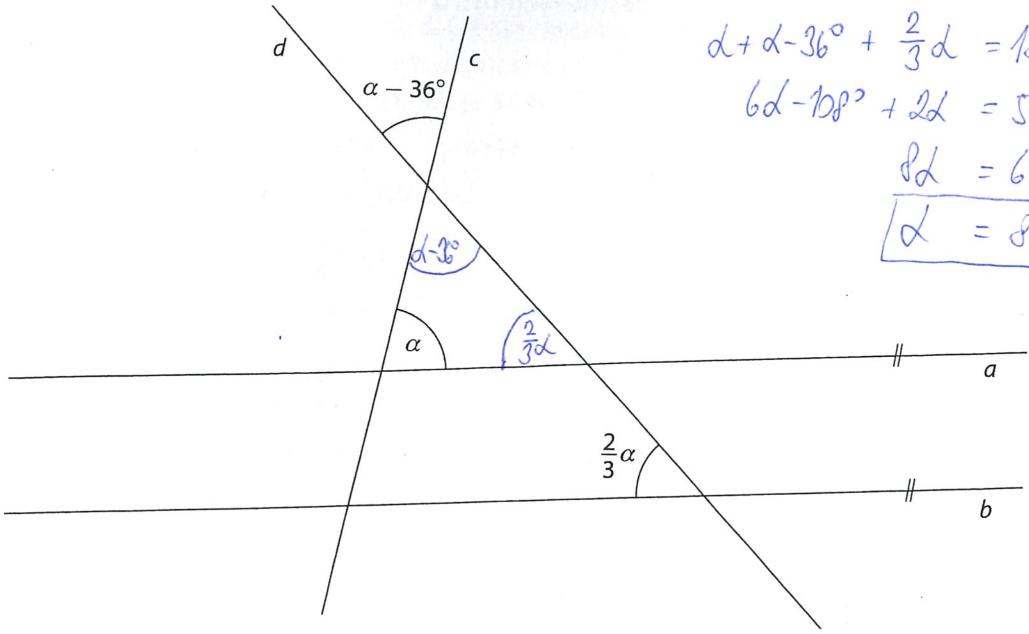
11 **Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).**

/Rovinné útvary, s. 49/ **max. 4 body**

		A	N
11.1	Trojúhelník *XBS* má obsah právě 30 cm². $S = \frac{5 \cdot 12}{2}\,\text{cm}^2 = \boxed{30\,\text{cm}^2} \Rightarrow$ ANO	☒	☐
11.2	Délka kružnice *k* je právě 26π cm. $o = 2\pi r = \boxed{26\pi} \Rightarrow$ ANO	☒	☐
11.3	Délka tětivy *AB* je právě 10 cm. ANO	☒	☐

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

V rovině leží čtyři přímky *a*, *b*, *c*, *d*. Přímky *a*, *b* jsou rovnoběžky.



$\alpha + \alpha - 36^\circ + \frac{2}{3}\alpha = 180^\circ \quad / \cdot 3$

$6\alpha - 108^\circ + 2\alpha = 540^\circ$

$8\alpha = 648^\circ \quad / : 8$

$\boxed{\alpha = 81^\circ} \Rightarrow C$

12 **Jaká je velikost úhlu α?**
(Velikost úhlu neměřte, ale vypočtěte.)

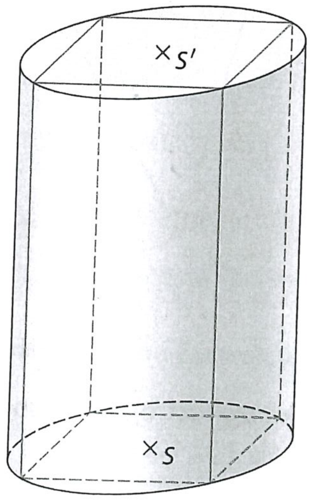
/Úhly, s. 46/ **2 body**

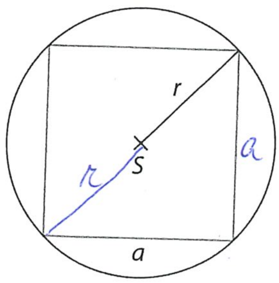
A) 54° B) 72° C) 81° D) 108° E) žádná z uvedených

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 13

Z dřevěného válce vysokého 1 m byl vyřezán stejně vysoký kvádr se čtvercovou podstavou tak, aby odpad byl co nejmenší.

Poloměr podstavy válce v metrech je označen *r*, délka podstavné hrany kvádru v metrech je označena *a*.





$a^2 + a^2 = (2r)^2$

$2a^2 = 4r^2$

$\boxed{a^2 = 2r^2}$

$V_{válce} = \pi r^2 v = \pi r^2 \cdot 1 = \pi r^2$

$V_{kvádru} = a \cdot a \cdot v = a^2 \cdot 1 = \boxed{a^2 = 2r^2}$

$V = V_{válce} - V_{kvádru} = \pi r^2 - 2r^2 = \boxed{r^2(\pi - 2)} \Rightarrow C$

13 **Jaký je objem odpadního materiálu?**

/Tělesa, s. 53/ **2 body**

A) $r^2\pi\ \text{m}^3$ B) $r^2 \cdot (\pi - 1)\ \text{m}^3$ C) $r^2 \cdot (\pi - 2)\ \text{m}^3$ D) $(2r\pi - a^2)\ \text{m}^3$ E) žádný z uvedených

14) $s_1 = v_1 \cdot t_1 = 5\left(t + \frac{3}{60}\right)$ → přijde o 3 minuty později

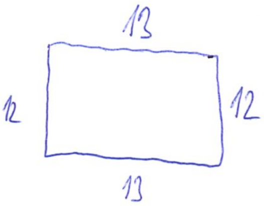
$s_1 = v_2 \cdot t_2 = 6\left(t - \frac{4}{60}\right)$ → přijde o 4 minuty dříve

$$s_1 = s_1$$
$$5t + \frac{15}{60} = 6t - \frac{24}{60}$$
$$\boxed{\frac{39}{60} = t}$$

$$\underset{km}{s_1} = \underset{v(km/h)}{5}\underbrace{\left(t + \frac{3}{60}\right)}_{t\,(h)} = 5\left(\frac{39}{60} + \frac{3}{60}\right) = 5 \cdot \frac{42}{60} = \frac{210}{60} = \boxed{3{,}5\ km}$$

⇓ B

15) a) $13 + 12 = 25d$; $o = 2 \cdot 25d = 50$ dílků



100% ... 50 dílků

2% ... 1 dílek

$\boxed{24\% \ldots 12 \text{ dílků}}$ ⇒ B

b) $600g + 200g = 800g$; Dostaneme $\frac{200g}{800g} = \frac{1}{4}$ → $\boxed{25\% \text{ roztoku}}$ ⇒ C

c) 60% z 60 žáků = 36 žáků

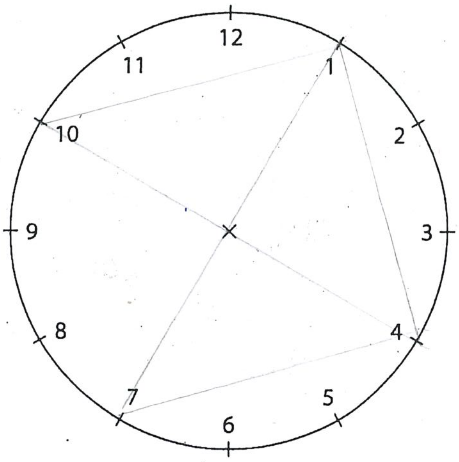
Dívek je $0{,}75 \cdot 36 = \boxed{27 \text{ dívek}}$ ⇒ E

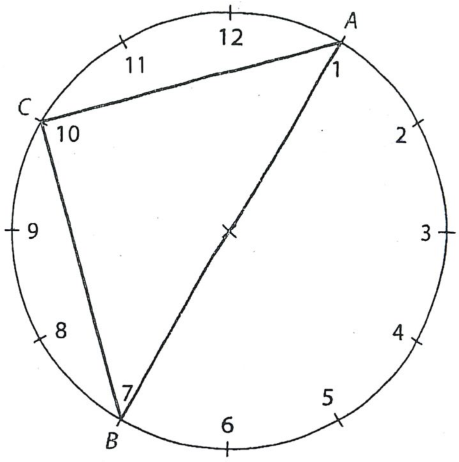
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZKY K ÚLOZE 16

V hodinovém ciferníku jsou označeny body čísly 1 až 12.

Tyto body mohou být zároveň vrcholy trojúhelníků.

Např. vrcholy rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku *ABC* na obrázku leží v bodech označených čísly 1, 7, 10. Součet čísel ve vrcholech trojúhelníku *ABC* je 18.





16 /Nestandardní úlohy, s. 58/ **max. 4 body**

16.1 **Určete, kolik rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků lze sestrojit v hodinovém ciferníku tak, aby jejich vrcholy ležely pouze v bodech označených čísly 1 až 12.**

16.2 **Vypočtěte, jaký je nejvyšší a nejnižší možný součet čísel ve vrcholech rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku, jehož vrcholy leží pouze v bodech označených čísly 1 až 12.**

16.3 **Určete, kolik různých pravoúhlých trojúhelníků lze sestrojit v hodinovém ciferníku tak, aby jeden z vrcholů byl vždy v bodě označeném číslem 1 a další dva vrcholy pouze v bodech označených čísly 2 až 12.**

16.1. Vrchol A vzorového rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku projde všech 12 poloh na ciferníku, stejně tak body C a B. ⇒ Lze sestrojit 12 takových trojúhelníků.

16.2. Největší: $A = 12$; $C = 9$; $B = 6$ ⇒ $12+9+6 = 27$

Nejmenší: $B = 1$, $C = 4$, $A = 7$ } $1+4+7 = 12$

16.3. Skupina s přeponou 1 7:
(Thaletova kružnice)

1 7 2
1 7 3
1 7 4
1 7 5
1 7 6
1 7 8
1 7 9
1 7 10
1 7 11
1 7 12
} 10

Skupina s přeponou jinou než 1 7:

1 2 8
1 3 9
1 4 10
1 5 11
1 6 12
} 5

Celkem: 10+5 = 15 trojúhelníků